

Die Bedeutung der Strahlversetzung
für seismische Wellen

von
Manfred Saller

Die Bedeutung der Strahlversetzung für seismische Wellen

I N A U G U R A L - D I S S E R T A T I O N

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Ludwig-Maximilians-Universität

zu

München



vorgelegt

von

Manfred Saller

aus

München

Juni 1957

Die Anregung zur vorliegenden Arbeit bildeten Veröffentlichungen und Vorträge von Professor Dr. H. Reich über die Probleme der Refraktionsseismik. Später trat dann in persönlichen Gesprächen der Gedanke auf, diese Dinge unter Einbeziehung gewisser neuer Ergebnisse der physikalischen Forschung zu untersuchen.

Für die rege Anteilnahme und die großzügige Unterstützung, welche vom Leiter des Instituts für angewandte Geophysik der Universität München, Herrn Professor Dr. Reich, dieser Arbeit entgegengebracht wurden, sei an dieser Stelle verbindlichst gedankt.

Dank gebührt auch Herrn Privatdozenten Dr. O. Förtsch, sowie Herrn Dr. A. Korschunow für viele wertvolle Hinweise und Ratschläge.

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| 1. Berichterstatter: | Prof. Dr. Hermann Reich |
| 2. Berichterstatter: | Prof. Dr. Fritz Bopp |

Tag der mündlichen Prüfung: 31. Juli 1957

Inhaltsübersicht

I. Problemstellung

II. Theorie

1. Einfallende P Welle
2. Einfallende SV Welle
3. Einfallende SH Welle
4. Die Strahlversetzung

III. Berechnung spezieller Fälle

IV. Anwendung auf die Seismik

1. Die resultierenden Laufzeitkurven
2. Die Form der Wellenausbreitung
3. Die Energiefrage

V. Die Möglichkeiten der experimentellen Prüfung

1. In der Seismik
2. In der Modellseismik

VI. Zusammenfassung

VII. Literaturangaben

I. Problemstellung

Seitdem vor numehr fast 50 Jahren die Entdeckung von L. Mintrop die Möglichkeit schuf, durch " künstliche Erdbeben " den bodennahen, wie den tieferen Untergrund zu erforschen, hat sich dieses Verfahren zu einem Hauptgebiet der angewandten Geophysik entwickelt. Die in der Praxis dabei benützten Methoden zerfallen in zwei voneinander verschiedene, die unter den Namen Reflexionsseismik und Refraktionsseismik zusammengefasst werden. Während die Vorgänge im ersten der genannten Fälle klar sind, ist dies vom zweiten nicht mehr ohne weiteres zu behaupten. Hier haben vielmehr die Verhältnisse, die hinsichtlich Wellenausbreitung und Energieverteilung vorliegen, bis heute noch keine endgültige Aufklärung gefunden. Auch die von O.v.Schmidt durchgeführten Versuche, die eine geführte Grenzschichtwelle nachweisen konnten, erklären nicht die relativ grossen Refraktionseinsätze und somit die Energiefrage.

Andererseits ist in einer Reihe von theoretischen Arbeiten (L.Cagniard 1937; F.A.Fischer 1948; P.A.Heelan 1953; F.Sauter 1950) das Problem ebenfalls behandelt worden. Doch kommt es dabei mehr auf den mathematischen Beweis dafür hinaus, daß die geführten Grenzschichtwellen, die die Refraktionseinsätze erzeugen, den Bewegungsgleichungen der Elastizitätstheorie genügen. Eine Erklärung des physikalischen Geschehens aber wird nicht gegeben.

Nun sind die in der Wirklichkeit vorkommenden Verhältnisse von Fall zu Fall verschieden und die mitspielenden Faktoren so zahlreich, daß auch die Lösung des Problems nicht überall in der gleichen Weise möglich ist; wenngleich die Ergebnisse jeder einzelnen Messung einfache und übersichtliche Gegebenheiten darstellen. In diesem Zusammenhang seien die zahlreichen Arbeiten vor allem von H. Reich erwähnt (H.Reich 1952, 54, 55; W. Schweydar und H.Reich 1927; A.Joset und J.J.Holtzscherer 1953; B.Brockamp und H.Mothes 1930), in denen über eine grosse Zahl von refraktionsseismischen Untersuchungen berichtet wird, bei welchen die Auswertung nur dann mit der Wirklichkeit übereinstimmende Ergebnisse lieferte, wenn sie nach einem anderen Verfahren als dem sonst üblichen vorgenommen wurde.

Dieser in seiner Gesamtheit unbefriedigende Stand der Dinge läßt es angebracht erscheinen, einmal einen anderen Weg zu beschreiten, nämlich auf dem Gebiet der Physik nach ähnlichen Erscheinungen zu suchen, für welche sich dort bereits eine Lösung gefunden hat. Das Verlangte bietet sich dar in der Strahlversetzung, einer allgemeinen Welleneigenschaft, unter der man die seitliche Verschiebung eines totalreflektierten Strahlenbündels längs der Grenzfläche versteht. Dieser Vorgang wurde zuerst experimentell in der Optik entdeckt (F.Goos u. H.Hänchen 1947). Die theoretische Bestätigung erfolgte kurz darauf durch K.Artnann (1948). In der folgenden Zeit sind diesem Gegenstand eine Reihe von Arbeiten gewidmet worden (C.v.Fragstein 1949; H.Maecker 1949; J.Picht 1956). Die Anwendung des genannten Effekts auf das Refraktionsverfahren, welches ja auch ein Vorgang der Totalreflexion ist, erscheint umso berechtigter, weil es bereits gelungen ist, die Strahlversetzung bei elastischen Wellen experimentell nachzuweisen (A.Schoch 1951).

Die vorliegende Arbeit hat es sich darum zum Ziel gesetzt, die Frage zu untersuchen, welche Folgerungen diese Strahlversetzung auf die Ausbreitung seismischer Wellen nach sich zieht. Dieses Vorhaben wurde von vornherein in der Absicht unternommen, die optischen Verhältnisse nicht bedenkenlos auf die Seismik zu übertragen, sondern vielmehr die theoretischen Herleitungen im Bereich elastischer Medien vorzunehmen. Die Verhältnisse sind hier andersartig und komplizierter, die sich ergebenden Aussagen damit unübersichtlicher. Für besonders wichtig erachtet wurde es, die Resultate der Theorie in einer für die angewandte Geophysik brauchbaren Form darzustellen, d.h. u.a. die Laufwege und die Laufzeiten der seismischen Impulse anzugeben. Dies machte freilich eine Reihe weiterer Untersuchungen nötig, die wiederum interessante Tatsachen aufdeckten, welche, soweit sie geophysikalisch bedeutsam erschienen, entsprechende Beachtung fanden.

II. Theorie.

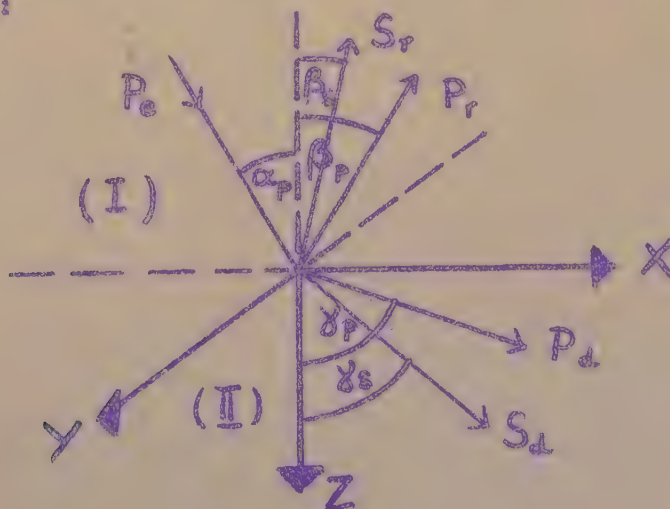
3

Die quantitative Angabe der Strahlversetzung verlangt die Kenntnis der Phasenverschiebung der totalreflektierten Welle; einer Größe, die sich wiederum aus der (komplexen) Amplitude dieser Welle bestimmt. Mit der Herleitung dieser Amplituden soll nun begonnen werden.

Die theoretische Untersuchung verlangt vereinfachende Annahmen. Die beiden Medien, die in einer ebenen Grenzfläche aneinanderstossen, werden deshalb als homogen, isotrop und elastisch vorausgesetzt. ρ bezeichnet im Folgenden die Massendichte des jeweiligen Mediums, v die Ausbreitungsgeschwindigkeit der entsprechenden seismischen Wellen. Da jede solche Welle aus drei Anteilen bestehen kann, einer P-Welle, einer SV-Welle und einer SH-Welle, wird jeder dieser Fälle jetzt für sich behandelt. Mit Hilfe der Ergebnisse ist man dann in den Stand gesetzt, den allgemeinen Fall zu beherrschen.

1. Einfallende P Welle

Eine P- Welle trifft unter dem Winkel α_p im Koordinatenursprung auf die Grenzfläche auf. Sie erzeugt dort vier weitere Wellen: eine reflektierte P Welle und eine reflektierte S Welle im oberen Medium, sowie eine gebrochene P Welle und eine gebrochene S Welle im unteren Medium. Die Bezeichnung der Richtungswinkel und der Wellenamplituden geht aus der folgenden Skizze hervor:



Die Ausbreitungsrichtungen der einzelnen Wellen, die sämtlich der XZ Ebene angehören, sind hier wie in den nächsten Abschnitten den folgenden Beziehungen zu entnehmen:

$$\frac{\sin \alpha_p}{v_{p1}} = \frac{\sin \alpha_s}{v_{s1}} = \frac{\sin \beta_p}{v_{p1}} = \frac{\sin \beta_s}{v_{s1}} = \frac{\sin \gamma_p}{v_{p2}} = \frac{\sin \gamma_s}{v_{s2}} \quad (1)$$

Die Gleichungen der Wellen selbst lauten:

$$r_{pe} = \{A_{pe} \sin \alpha_p; \sigma; A_{pe} \cos \alpha_p\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \alpha_p + z \cos \alpha_p}{v_{p1}}} \quad (2)$$

$$r_{pr} = \{-A_{pr} \sin \beta_p; \sigma; A_{pr} \cos \beta_p\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \beta_p - z \cos \beta_p}{v_{p1}}} \quad (3)$$

$$r_{sr} = \{A_{sr} \cos \beta_s; \sigma; A_{sr} \sin \beta_s\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \beta_s - z \cos \beta_s}{v_{s1}}} \quad (4)$$

$$r_{pd} = \{A_{pd} \sin \gamma_p; \sigma; A_{pd} \cos \gamma_p\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \gamma_p + z \cos \gamma_p}{v_{p2}}} \quad (5)$$

$$r_{sd} = \{-A_{sd} \cos \gamma_s; \sigma; A_{sd} \sin \gamma_s\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \gamma_s + z \cos \gamma_s}{v_{s2}}} \quad (6)$$

$\omega = 2\pi\nu$ ist die Kreisfrequenz, die mit der Wellenlänge λ in der Beziehung steht $\omega = \frac{2\pi\nu}{\lambda}$; t bedeutet die Zeit. Der in der geschweiften Klammer vor dem Exponentialfaktor stehende Ausdruck ist der Amplitudenvektor.

Durch die Grenzbedingungen, welche in der Trennfläche der beiden Medien Gleichheit der Verschiebungs- und Druckkomponenten verlangen, folgen Bestimmungsgleichungen für die Amplituden. Das Endergebnis kann gleich angegeben werden, weil es sich bis jetzt um allgemein Bekanntes handelt, (H. Blut 1932; G. Angenheister 1927; K.E. Bullen 1947; H. Jeffreys 1926; E. Wiechert 1927)). Es lautet:

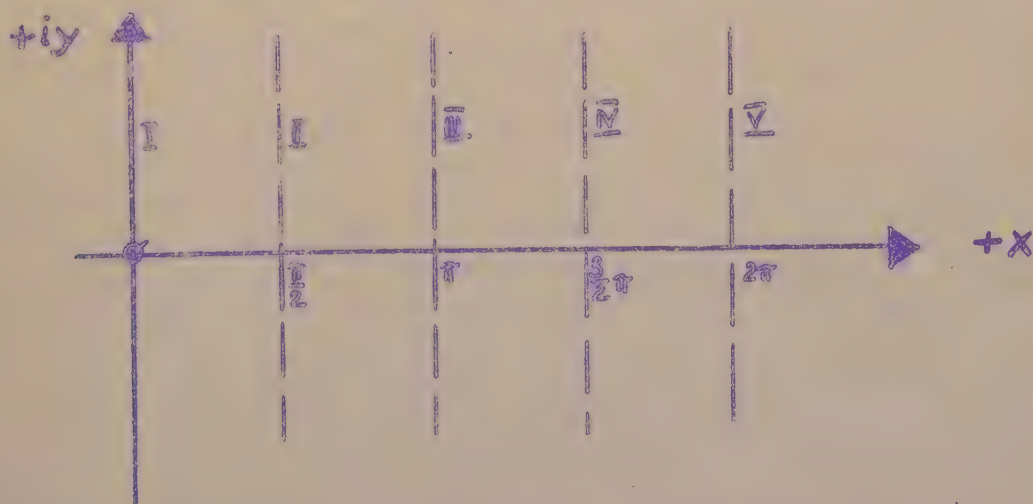
$$\sin \alpha_p \cdot A_{pe} - \sin \beta_p \cdot A_{pr} + \cos \beta_s \cdot A_{sr} = \sin \gamma_p \cdot A_{pd} - \cos \gamma_s \cdot A_{sd}; \quad (7)$$

$$\cos \alpha_p \cdot A_{pe} + \cos \beta_p \cdot A_{pr} + \sin \beta_s \cdot A_{sr} = \cos \gamma_p \cdot A_{pd} + \sin \gamma_s \cdot A_{sd};$$

$$\begin{aligned}
 & -\sin 2\alpha_p \cdot A_{pe} - \sin 2\beta_p \cdot A_{pr} + \frac{v_{p1}}{v_{s1}} \cos 2\beta_s \cdot A_{sr} = \\
 & = -\frac{s_2 v_{s2}^2 v_{p1}}{s_1 v_{s1}^2 v_{p2}} \sin 2\gamma_p \cdot A_{pd} + \frac{s_2 v_{s2}^2 v_{p2}}{s_1 v_{s1}^2 v_{s2}} \cos 2\gamma_s \cdot A_{sd}; \\
 & -\cos 2\beta_s \cdot A_{pe} + \cos 2\beta_s \cdot A_{pr} + \frac{v_{s1}}{v_{p1}} \sin 2\beta_s \cdot A_{sr} = \\
 & = -\frac{s_2 v_{p2}}{s_1 v_{p1}} \cos 2\gamma_s \cdot A_{pd} - \frac{s_2 v_{s2}}{s_1 v_{p1}} \sin 2\gamma_s \cdot A_{sd};
 \end{aligned} \tag{7}$$

Dieses Gleichungssystem geht in vier lineare Gleichungen mit vier Unbekannten über, wenn die Größe der einfallenden Wellenamplitude festgesetzt wird und zwar am besten gleich 1. Die Unbekannten, d.h. die Amplituden: A_{pr} ; A_{sr} ; A_{pd} ; A_{sd} sind damit bestimmt. Sie können unter Zuhilfenahme von Determinanten sofort explizit angegeben werden und stellen sich dann dar als Quotienten aus je zwei vierreihigen Determinanten.

Nun zum Fall der Totalreflexion. Hier werden die Amplituden der reflektierten Wellen komplex und ihre Phasendifferenzen vom Einfallswinkel abhängig. Wächst der Einfallswinkel ständig an, so wird zunächst $\sin \gamma_p$ grösser als 1 und später auch $\sin \gamma_s$. Die entsprechenden Cosinuswerte sind rein imaginär, die dazugehörigen Argumente zweideutig komplex. Die Entscheidung darüber, welcher der beiden Werte zu wählen ist, ist nicht schwer zu treffen. Vorher muß aber noch einiges über die Winkelfunktionen und ihre Argumentwerte im Komplexen gesagt werden. Zur Veranschaulichung dient die folgende Skizze:



Überschreitet der Sinus den Wert 1, dann schlägt sein Argument vom Punkt $\frac{\pi}{2}$ aus den Weg ins Komplexe ein und zwar entlang der Geraden II. Der dazugehörige Funktionswert ist immer noch reell aber größer als 1. Er wird dargestellt durch die Hyperbelfunktion $\cosh y$, wobei y der Imaginärteil des Arguments, d.h. von

γ_r bzw. γ_s ist. Der dazugehörige Cosinuswert dagegen ist rein imaginär. Er wird wiedergegeben durch die Funktion $-\text{Sinh } y$.

Die Festsetzung, welcher der beiden komplexen Argumentwerte nun der richtige ist, oder anders ausgedrückt, in welcher Richtung das Argument vom Punkt $\frac{1}{2}$ aus auf der Geraden II fortschreiten soll, kann nun vorgenommen werden. Dazu braucht man die Gleichung der Welle im zweiten Medium. Diese Welle darf bei Totalreflexion keinen ausstrahlenden Charakter mehr haben, denn die ganze Energie findet sich ja in der reflektierten Welle wieder. Diese Eigenschaft erlangt die untere Welle nur, wenn dasjenige Argument genommen wird, dessen Imaginärteil positiv ist, also $\gamma_r = \frac{1}{2} + i\bar{\gamma}_r$; denn nur so ergibt sich die Gleichung einer quergedämpften Welle im unteren Medium.

$$\psi_{pd} = \{A_m \sin \gamma_r; 0; A_m \cos \gamma_r\} e^{-\omega z \frac{\text{Sinh } \bar{\gamma}_r}{v_{p2}}} e^{i\omega(t - \frac{x \text{Cosh } \bar{\gamma}_r}{v_{p2}})} \quad (2)$$

Hieraus liest man auch sogleich die Geschwindigkeit ab, mit der diese Welle an der Grenzfläche entlangstreicht. Sie ist für die spätere Betrachtung wichtig.

$$v_{pgr}^p = \frac{v_{p2}}{\text{Cosh } \bar{\gamma}_r} \quad (9)$$

Diese Geschwindigkeit ist für den Grenzwinkel gleich der Geschwindigkeit des unteren Mediums. Im Grenzfall des streifenden Eintritts geht sie in den Geschwindigkeitswert des oberen Mediums über. Ferner folgt für die Eindringtiefe dieser quergedämpften Welle ein Abklingen, wenn der Einfallswinkel auf 90° anwächst.

Durch ganz ähnliche Überlegungen kommt man zur zweiten, hier möglichen, quergedämpften Welle, die allerdings erst auftritt, wenn der Einfallswinkel auch noch für die gebrochene S Welle den Grenzwinkel überschritten hat. Die einzig interessierenden Größen seien angegeben. Es ist wieder :

$$\gamma_s = \frac{\pi}{2} + i\bar{\gamma}_s \quad (10)$$

und

$$v_{sgr}^p = \frac{v_{s2}}{\text{Cosh } \bar{\gamma}_s} \quad (11)$$

Sämtliche Funktionen in den Bestimmungsgleichungen für die Amplituden haben nun ihren eindeutigen Wert. Weil aber im Fall

der Totalreflexion diese Werte komplex sind, werden die Amplituden selbst auch komplex. Die Größe der Amplitude, eine naturgemäß reelle Zahl, ist nun der Betrag, die Phasenverschiebung der Arcus dieser komplexen Zahl. Das Ziel, die Phasenverschiebung φ der reflektierten Welle herzuleiten, ist damit erreicht.

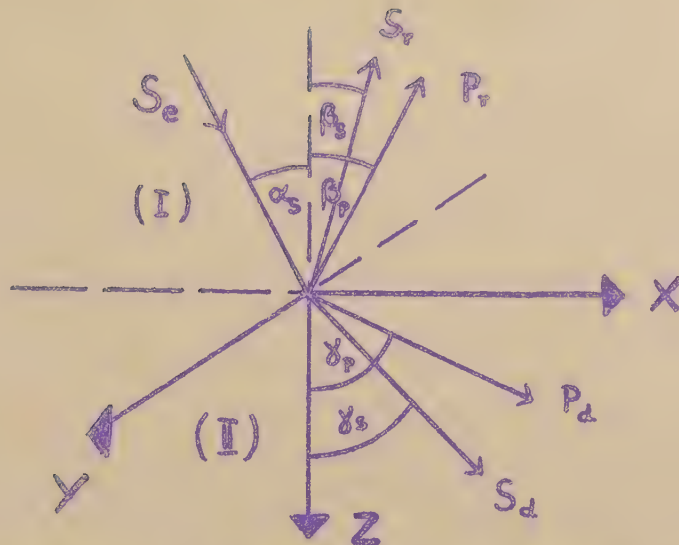
Die oben eingeführte quergedämpfte Welle gibt zu einer kurzen Zwischenbemerkung Veranlassung. Diese Welle, die der Grenzfläche entlangläuft, mit einer vom Einfallswinkel abhängigen Spurgeschwindigkeit und deren Amplituden senkrecht ins untere Medium hinein abklingen, schickt ihre ganze Energie wieder ins obere Medium zurück, (z. B. G. Joos 1956). Sie hängt eng zusammen mit der Frage der Energieausbreitung bei der Totalreflexion und mit der Strahlversetzung. Ihre Existenz ist experimentell nachgewiesen (E.W. Pohl 1948); in jüngster Zeit auch auf dem Gebiet der Zentimeterwellen. Hier gelingt es nämlich den Empfänger klein gegenüber der Wellenlänge zu machen und damit auch die der Welle entnommene Energie verschwindend gering zu halten. Nur so wird der direkte Nachweis möglich, weil der Vorgang der Energieausbreitung jetzt praktisch nicht gestört wird.

Bei seismischen Messungen, die in der Gegend des Ries durchgeführt wurden, lag der seltene Fall vor, daß eine Schicht größerer Laufgeschwindigkeit auf einer Schicht mit geringerer Laufgeschwindigkeit der seismischen Wellen lag. Es erscheint daher möglich, daß die an der Grenzfläche geführte quergedämpfte Welle mit ihren senkrecht ins Medium hinein abklingenden Amplituden in den Seismogrammen Einsätze hervorbrachte, zumal die Wellenlänge sehr groß gegenüber den Dimensionen der Seismographen war. Es wurde der Versuch unternommen, diese Vorgänge an kleinen Modellen nachzuprüfen. Leider erwies sich aber die Apparatur als zu ungenau und außerdem waren die in Frage kommenden Stellen im Seismogramm stark überlagert von anderen Einsätzen.

2. Einfallende SV Welle

(Schwingungsrichtung in der Einfallsebene)

Die Welle trifft wieder im Koordinatennullpunkt die Grenzfläche. Sie erzeugt ebenfalls vier weitere Wellen und zwar zwei reflektierte und zwei gebrochene, von denen jeweils eine P- und eine S-Wellencharakter hat. Bezeichnungen und sonstige Angaben gehen aus der Skizze hervor.



Die Untersuchung verläuft in einer ähnlichen Weise wie vorher. Es genugt wieder nur Resultate zu bringen. Die Wellengleichungen lauten:

$$r_{se} = \{-A_{se} \cos \alpha_s; \sigma; A_{se} \sin \alpha_s\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \alpha_s + z \cos \alpha_s}{v_{s1}}} \quad (12)$$

$$r_{pr} = \{-A_{pr} \sin \beta_p; \sigma; A_{pr} \cos \beta_p\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \beta_p - z \cos \beta_p}{v_{p1}}} \quad (13)$$

$$r_{sr} = \{A_{sr} \cos \beta_s; \sigma; A_{sr} \sin \beta_s\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \beta_s - z \cos \beta_s}{v_{s1}}} \quad (14)$$

$$r_{pd} = \{A_{pd} \sin \gamma_p; \sigma; A_{pd} \cos \gamma_p\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \gamma_p + z \cos \gamma_p}{v_{p2}}} \quad (15)$$

$$r_{sd} = \{-A_{sd} \cos \gamma_s; \sigma; A_{sd} \sin \gamma_s\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \gamma_s + z \cos \gamma_s}{v_{s2}}} \quad (16)$$

Hieraus folgt wegen der Grenzbedingungen fur die Amplituden das Gleichungssystem:

$$-\cos \alpha_s \cdot A_{se} - \sin \beta_p \cdot A_{pr} + \cos \beta_s \cdot A_{sr} = \sin \gamma_p \cdot A_{pd} - \cos \gamma_s \cdot A_{sd}; \quad (17)$$

$$\sin \alpha_s \cdot A_{se} + \cos \beta_p \cdot A_{pr} + \sin \beta_s \cdot A_{sr} = \cos \gamma_p \cdot A_{pd} + \sin \gamma_s \cdot A_{sd};$$

$$\begin{aligned}
 \cos 2\alpha_s \cdot A_{se} - \frac{v_{s1}}{v_{p1}} \sin 2\beta_p \cdot A_{pr} + \cos 2\beta_s \cdot A_{sr} = \\
 = - \frac{S_2 v_{s2}^2}{S_1 v_{s1} v_{p2}} \sin 2\gamma_p \cdot A_{pd} + \frac{S_2 v_{s2}}{S_1 v_{s1}} \cos 2\gamma_s \cdot A_{sd}; \\
 \sin 2\alpha_s \cdot A_{se} + \frac{v_{p1}}{v_{s1}} \cos 2\alpha_s \cdot A_{pr} + \sin 2\beta_s \cdot A_{sr} = \\
 = - \frac{S_2 v_{p2}}{S_1 v_{s1}} \cos 2\gamma_s \cdot A_{pd} - \frac{S_2 v_{s2}}{S_1 v_{s1}} \sin 2\gamma_s \cdot A_{sd};
 \end{aligned} \quad (17)$$

Nach Festlegung der Einfallsamplitude, etwa zu $A_{se} = 1$, erhält man für die anderen Amplituden A_{pr} ; A_{sr} ; A_{pd} ; A_{sd} die üblichen Determinantendarstellungen. Die Bestimmung der beiden kritischen Winkelargumente ergibt ähnlich wie vorhin:

$$\gamma_p = \frac{\pi}{2} + i \bar{\gamma}_p \quad (18)$$

$$\gamma_s = \frac{\pi}{2} + i \bar{\gamma}_s \quad (19)$$

Die Spurgeschwindigkeiten der beiden möglichen quergedämpften Wellen sind:

$$V_{pqr}^{sv} = \frac{v_{p2}}{\cosh \bar{\gamma}_p} \quad (20)$$

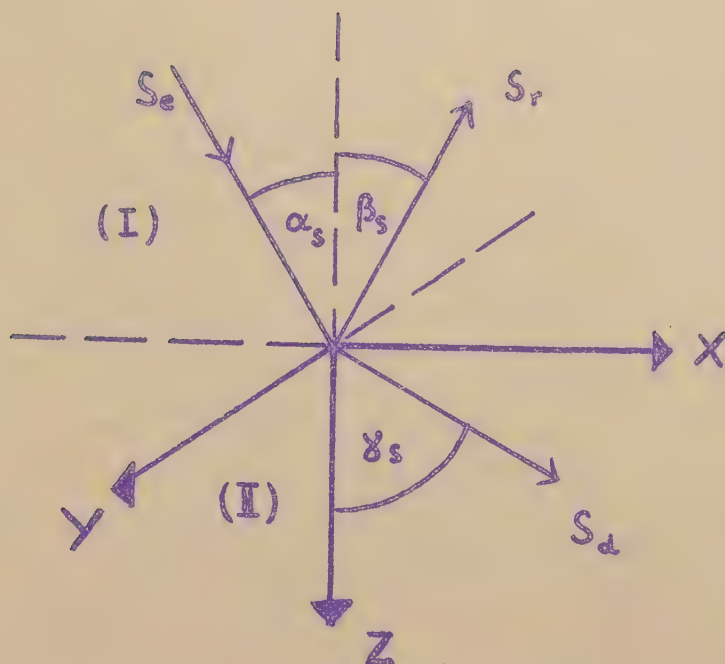
$$V_{sqr}^{sv} = \frac{v_{s2}}{\cosh \bar{\gamma}_s} \quad (21)$$

Die Tatsache, daß hier der Reflexionswinkel der P Welle stets größer ist als der Einfallswinkel der S Welle, verdient besondere Beachtung. Zwangsläufig muß demnach nämlich der Reflexionswinkel für einen Einfallswinkel, der kleiner ist als 90° bereits diesen Wert erreichen und die dazugehörige P Welle als geführte Welle mit senkrecht nach oben verlaufenden Lignien gleicher Amplituden der Grenzfläche entlang streichen. Über die wirkliche Existenz und das Aussehen dieser Welle kann freilich nur die Berechnung der dazugehörigen Amplitude Auskunft geben.

3. Einfallende SH Welle

(Schwingungsrichtung senkrecht zur Einfallsebene)

Die Verhältnisse liegen hier einfacher, weil die einfallende Welle nur eine reflektierte und eine durchgehende Welle erzeugt.



Das übrige ist aus dieser Skizze ersichtlich.

Nachfolgend die Ergebnisse; die Wellengleichungen sind:

$$e_{se} = \{\sigma; A_{se}; \sigma\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \alpha_s + z \cos \alpha_s}{v_{s1}})} \quad (22)$$

$$e_{sr} = \{\sigma; A_{sr}; \sigma\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \beta_s - z \cos \beta_s}{v_{s1}})} \quad (23)$$

$$e_{sd} = \{\sigma; A_{sd}; \sigma\} e^{i\omega(t - \frac{x \sin \gamma_s + z \cos \gamma_s}{v_{s2}})} \quad (24)$$

Die Gleichungen zur Bestimmung der Amplituden lauten :

$$A_{se} + A_{sr} = A_{sd} ; \quad (25)$$

$$-\cos \alpha_s \cdot A_{se} + \cos \beta_s \cdot A_{sr} = -\frac{\rho_2 v_{s2}}{\rho_1 v_{s1}} \cos 2\gamma_s \cdot A_{sd} ; \quad (26)$$

Die Determinatendarstellung für A_{sr} und für A_{sd} ist, wenn $A_{se} = 1$ angenommen wird, ähnlich wie vorhin. Das komplexe Winkelargument ist wieder:

$$\gamma_s = \frac{\pi}{2} + i \bar{\gamma}_s \quad (27)$$

und die Geschwindigkeit der quergedämpften Welle lautet:

$$\sqrt{\frac{SH}{S_{gr}}} = \frac{v_{s2}}{\cosh \bar{y}_s} \quad (28)$$

4. Die Strahlversetzung

Somit wäre die Voraussetzung für die Berechnung der Strahlversetzung der einzelnen Wellen geschaffen. Zuvor soll aber diese Erscheinung selbst etwas näher betrachtet werden.

Ein Wellenbündel trifft im Winkelbereich der Totalreflexion auf die Grenzfläche auf. Das Bündel taucht ins untere Medium ein und läuft dort eine ganz bestimmte Strecke mit einer ganz bestimmten Geschwindigkeit der Grenzfläche als quergedämpfte Welle entlang, um schließlich unter dem Einfallswinkel ins obere Medium zurückzukehren. Im Endeffekt bleibt keine Energie im zweiten Medium zurück.

Die Mittel zur quantitativen Berechnung der Strahlversetzung gibt die Artmann'sche Theorie. Unter der Annahme eines Wellenbündels, das aus unendlich vielen ebenen Wellen verschiedener Richtung zusammengesetzt ist, ergibt sich die für alle Wellenarten gültige Beziehung :

$$D = - \frac{\Lambda}{2\pi} \cdot \frac{\partial \varphi(\alpha)}{\partial \alpha} \quad (29)$$

in der Λ die Wellenlänge, φ die Phasenverschiebung des reflektierten Strahls gegenüber dem einfallenden und α den Einfallswinkel bedeuten. Der Weg, die Phasenverschiebung zu berechnen, wurde bereits angegeben. Die Strahlversetzung ist also nun quantitativ berechenbar und zwar für jede beliebige seismische Welle. Die vorausgegangenen theoretischen Untersuchungen haben die dazu nötigen Mittel bereit gestellt.

III. Berechnung spezieller Fälle

Um die Auswirkung dieser Strahlversetzung auf die Ausbreitung seismischer Wellen untersuchen zu können, ist es notwendig, sie zunächst nach dem ihm vorhergehenden Abschnitt hergeleiteten Weg zu gewinnen. Nun kommt dies darauf hinaus, daß man die Ableitung der Phasenverschiebung der reflektierten Welle, oder mathematisch ausgedrückt, die Ableitung des Arcus der komplexen Amplitudenwerte dieser Welle explizit bestimmt. Ein Vorhaben, das zwar grundsätzlich durchführbar ist, aber in Wirklichkeit solch unübersichtliche und umfangreiche Ausdrücke liefert, die zu diskutieren, geschweige denn zu handhaben, ziemlich unmöglich ist. Es muß dazu für die verschiedenen Wellen und Winkelbereiche die reflektierte Amplitude, ein Quotient aus Determinanten vierten Grades, in Real- und Imaginärteil zerlegt werden, von deren Verhältnis der Arcustangens genommen und davon schließlich noch die Ableitung nach dem Einfallswinkel gebildet werden; wobei die Ableitung einer Determinante vierten Grades aus einer Summe von vier solchen Determinanten besteht.

Eine weiter naheliegende Möglichkeit ist die Reihenentwicklung der Winkelfunktionen und die anschließende Darstellung der Strahlversetzung durch eine Näherungsformel. Hierzu ist zu sagen, daß entweder die Abweichungen zu groß sind, wenn das Ergebnis noch überschaubare Formen haben soll, oder daß bei einer genaueren Formel hinsichtlich Übersichtlichkeit wieder die alten Verhältnisse herrschen.

Es bieten sich deshalb nur zwei brauchbare Möglichkeiten: entweder die genaue Durchrechnung für spezielle Werte von v_p und v_s , die wiederum mit großer Genauigkeit erfolgen muß und zwar im Hinblick auf die numerische Rechnung, wie auch bei der Bestimmung der Funktionswerte bzw. ihrer Argumente aus Tafeln (gemeint sind die Hyperbelfunktionen); oder die näherungsweise Berechnung mit entsprechenden Vernachlässigungen.

Hier wurde ein Verfahren benützt, das darauf ausgerichtet war, möglichst nur die Vorteile der beiden aufgezeigten Methoden in sich zu vereinigen. Die Ausdrücke des ersten Abschnitts zeigen, daß in die Ergebnisse nur die Verhältnisse der Dichten und der Geschwindigkeiten eingehen. Wählt man diese Größen so, daß sie die in der Praxis hauptsächlich vorkommenden Fälle wenigstens

ungefähr treffen, so sind damit bereits unendlich viele Fälle mitumfasst, nämlich alle jene, für die das Verhältnis der Dichten $\rho_1 : \rho_2$ sowie das der Geschwindigkeiten $v_{s1} : v_{s2}$ und $v_{p1} : v_{p2}$ denselben Wert hat. Diese Werte wurden wie folgt festgesetzt:

$$\begin{aligned} \text{Dichtenverhältnis} &= 0,7 \\ \text{Geschwindigkeitsverhältnis} &= 0,5 \end{aligned} \quad (30)$$

Außerdem muß die Rayleighsche Relation (Gleichheit der beiden Lamb'schen Zahlen), d.h. Annahme eines Poissonschen Verhältnisses von 0,25, als gültig angenommen werden, weil dann $v_p = \frac{v_s}{\sqrt{3}}$ ist, sodaß auch $v_{s1} : v_{s2} = 0,5$ wird.

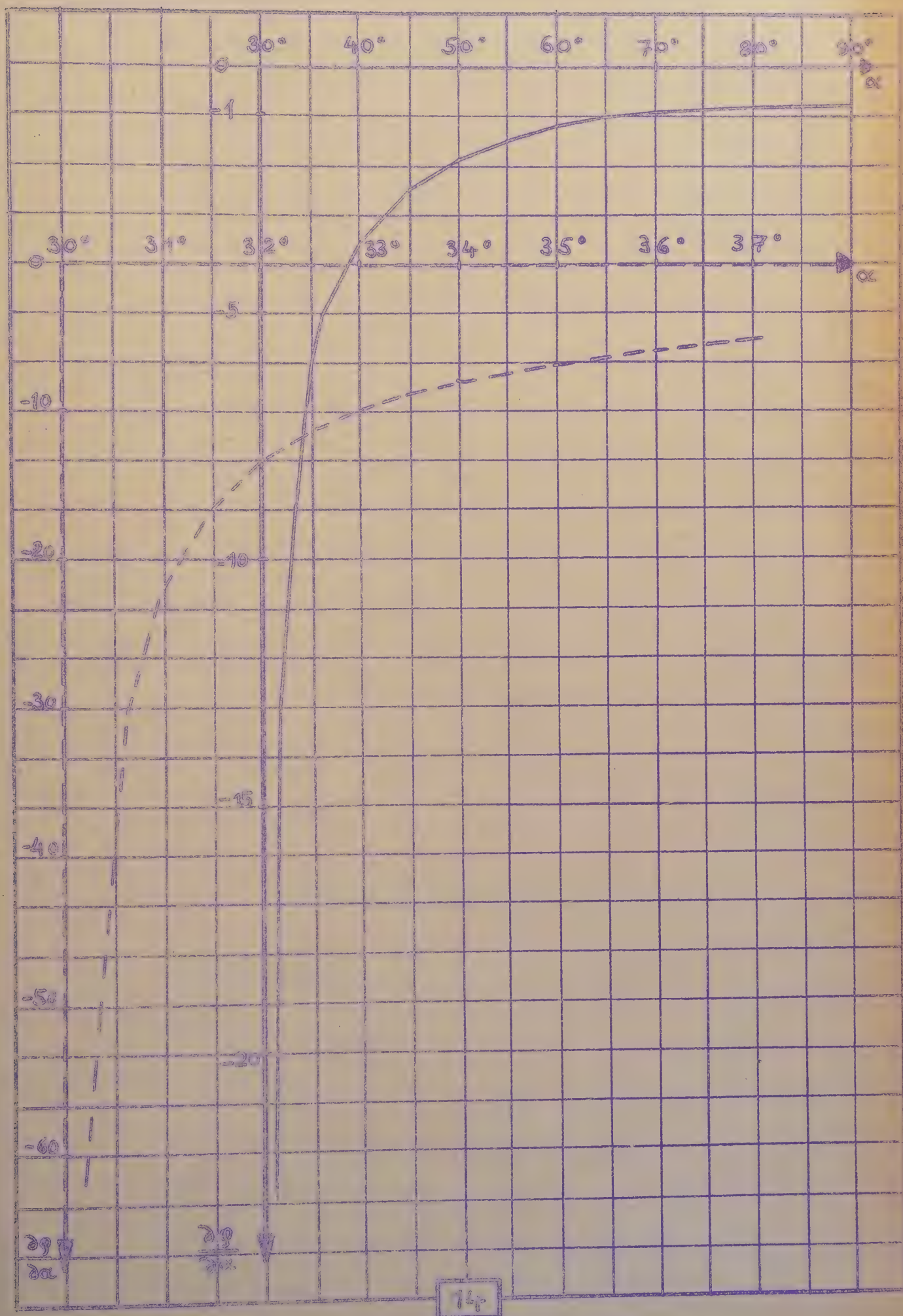
Zu allererst wurden die Grenzwinkel bestimmt. Diese sind:
Bei einfallender P Welle für die totalreflektierte P Welle
 $\alpha = 30^\circ$ und für die totalreflektierte S Welle $\alpha = 60^\circ$

Bei einfallender SV Welle für die reflektierte P Welle $\alpha = 16^\circ 45'$
und für die reflektierte S Welle $\alpha = 30^\circ$.

Bei einfallender SH Welle für die reflektierte SH Welle $\alpha = 30^\circ$.

Der Fall der einfallenden SH Welle, der einfachste von allen drei Fällen, gestattet noch am ehesten eine genaue Berechnung. Diese wurde durchgeführt. Das Endergebnis, auf das es dabei nur ankommt, ist die Größe der Strahlversetzung in Abhängigkeit vom Einfallswinkel. Auf Seite 14 ist der berechnete Verlauf für den proportionalen Wert, nämlich $\frac{v_{s1}}{v_{s2}}$ abgebildet. Die Werte dieser Funktion zeigen ein charakteristisches Verhalten. Sie kommen beim Grenzwinkel aus dem Unendlichen, nehmen dann sehr rasch ab und münden nach einem fast waagrechten Verlauf für $\alpha = 90^\circ$ in einen kleinen endlichen Wert ein. Die Funktion ist durchwegs negativ, was im Hinblick auf die Richtung der Strahlversetzung wegen Formel (29) auch erwartet werden muß. Der einzige kritische Wert bei $\alpha = 35^\circ 40'$, bei dem der Nenner verschwindet und die Phasenverschiebung einen Sprung erleidet, kommt im Verlauf von $\frac{v_{s1}}{v_{s2}}$ nicht zur Geltung, da die benachbarten Differentialquotienten richtungsgleich in diesen Punkt einmünden. Außerdem ließe sich für den Fall der einfallenden SV Welle der Verlauf der Funktion als charakteristisch erkennen, denn er ergibt sich immer, solange $\frac{v_{s1}}{v_{s2}} < 1$ ist.

Die Betrachtung der beiden anderen Fälle (einfallende P Welle und einfallende SV Welle) ergab bei einer nur näherungsweise



Auswertung und unter Vernachlässigung der auftretenden andersartigen Wellen einen qualitativ ähnlichen Verlauf.

Zum Schlusse sei noch darauf hingewiesen, daß der allgemeine Fall auch andersartige und nicht vorauszusehende Ergebnisse liefern kann, so etwa für besondere Dichte- oder Geschwindigkeitsverhältnisse. In diesem Zusammenhang wird auf die neuesten Arbeiten auf dem Gebiet der Optik verwiesen (J. Picht 1956), wo die Verhältnisse allgemein auch noch nicht überblickt werden können, obwohl die Dinge dort doch einfacher liegen.

IV. Anwendung auf die Seismik

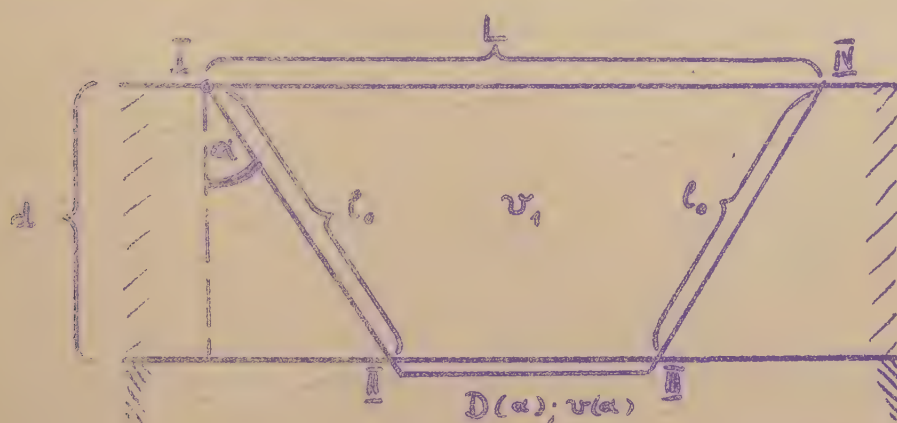
Die theoretischen Abhandlungen des II. Abschnitts waren nötig, um die Wirkung der Strahlversetzung auf die Ausbreitung seismischer Impulse untersuchen zu können. Die Durchführung der Aufgabe geschieht mit den in der Seismik üblichen strahlengeometrischen Verfahren (siehe vor allen E. A. Ansal 1931), ohne dabei aber bereits qualitative oder quantitative Angaben über die Strahlversetzung und die Spurgeschwindigkeit längs der Grenzfläche machen zu müssen. Die erzielten allgemeingültigen Ergebnisse werden für die im vorigen Abschnitt betrachteten Fälle ausgewertet und die Resultate anschaulich dargestellt und diskutiert. Die interessierenden Probleme sind: die Laufzeiten und die Wellenfronten der seismischen Impulse, sowie die Energieausbreitung.

1. Die resultierenden Laufzeitkurven

Gegenstand der Untersuchung ist eine Schicht gleicher Mächtigkeit, die auf einem Untergrund ruht, in dem die Laufgeschwindigkeit der seismischen Wellen grösser ist. In einem Punkt in oder nahe der Oberfläche wird eine Sprengung abgetan. Auf einer von diesem Punkt ausgehenden Linie sind an der Oberfläche die Seismographen aufgestellt. Die vom Sprengpunkt ausgehende Stosswelle läuft auf den verschiedenen möglichen Wegen und in den verschiedenen möglichen Wellenformen zu den Seismographen und erzeugt dort die Einsätze.

Um die Ausbreitung dieses seismischen Impulses überhaupt studieren zu können, zerlegt man ihn in kegelförmige, vom Sprengpunkt ausgehende Strahlenbündel (H. Weyl 1919). Die Strahlenbündel

Wellenlänge gewinnt man aus dem, dem Amplitudenmaximum zugeordneten Frequenzwert in der Fourierdarstellung des Impulses (H. Mensel 1951; H. Ricker 1953). Mit dieser strahlengeometrischen Darstellung ist es möglich, die zu den Laufwegen gehörigen Laufzeiten anzugeben und damit und damit die Laufzeitkurven aufzustellen. Die geometrischen Angaben gehen aus der folgenden Zeichnung hervor :



Die Verschiebung des totalreflektierenden Strahls nach rechts ist eine Folge der Strahlversetzung. Die Grösse der Strahlversetzung ist $D(\alpha)$, die Grenzflächeneigenschaft ist $v(\alpha)$. Der Laufweg von I über II und III nach IV ist leicht anzugeben. Seine Projektion ist :

$$L = 2 d \operatorname{tg} \alpha + D(\alpha) \quad (31)$$

und die dazugehörige Laufzeit demnach :

$$T = \frac{2 d}{v_1 \cos \alpha} + \frac{D(\alpha)}{v(\alpha)} \quad (32)$$

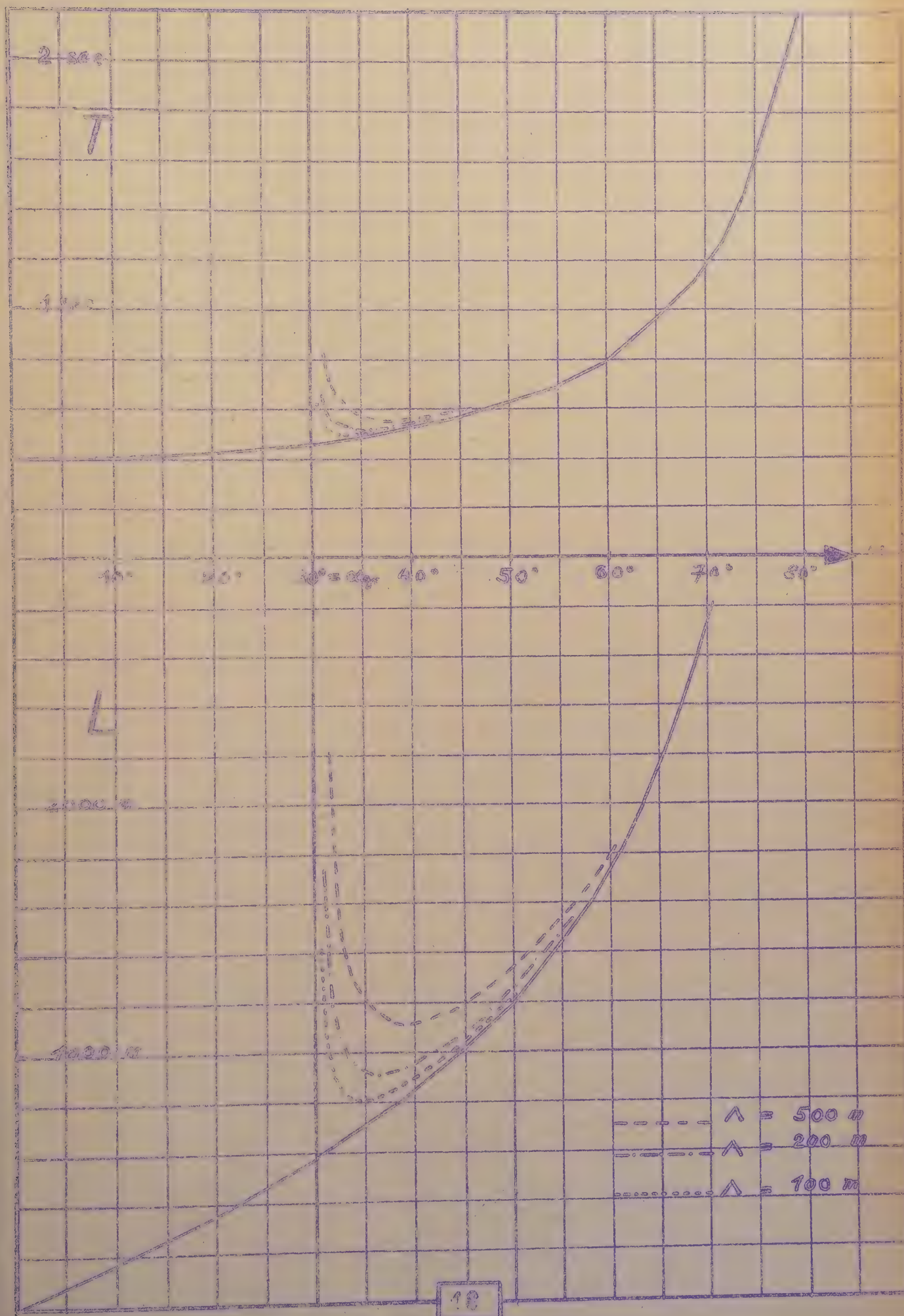
Ist die Strahlversetzung Null, so stellen beide Ausdrücke die Laufwege und Laufzeiten einer normal reflektierten Welle dar. Aus L und T , die beide Funktionen des Einfallswinkels sind, ergibt sich sofort die Laufzeitkurve, wenn man die zum selben α gehörigen Werte gegeneinander aufträgt. Die resultierenden Laufzeitkurven lassen sich bereits qualitativ diskutieren, sobald man für $D(\alpha)$ einen Verlauf annimmt, wie er etwa im Bild auf Seite 14 dargestellt ist. Die größten Abweichungen finden sich für Winkelwerte, die etwas über dem Grenzwinkel

liegen, d.h. gleich oder ein wenig grösser als dieser sind. Die Laufzeitkurven gehen hier über die bekannte Gerade der Refraktionsessätze. Diese folgt ja aus einem Laufweg, bei dem der Strahl unter dem Winkel der Totalreflexion auf die Grenzfläche auffällt und hier mit der Geschwindigkeit des unteren Mediums entlang läuft. Dies ist derselbe Verlauf, den Strahlen unter Einbeziehung der Strahlversetzung nehmen, wenn α praktisch gleich dem Grenzwinkel ist; denn dann ist $v(\alpha)$ gleich der Geschwindigkeit im unteren Medium. Für grosse Einfallswinkel wird die Strahlversetzung verschwindend klein; das bedeutet für die Laufzeitkurve Annäherung an die gekrümmte Linie der normal reflektierten Welle.

Die quantitative Aufstellung der Laufzeitkurve für den auf Seite 14 angegebenen gerechneten Verlauf der Strahlversetzung wird nun ausgeführt. Zuerst werden die Grössen L und T als Funktionen von α bestimmt. Während die durchgezogenen Linien

im Bild auf Seite 14 die Verhältnisse ohne Strahlversetzung wiedergeben, entsprechen die unterbrochenen Kurven einer Strahlversetzung bei Wellenlängen von 100m, 200 und 500m. Die Abweichung wächst mit zunehmender Wellenlänge. Geht die Wellenlänge gegen Null, so bekommt man dagegen Übereinstimmung mit den durchgezeichneten Linien. Mit Hilfe dieser Diagramme ist die Laufzeitkurve konstruiert worden. Die zu Grunde gelegten Verhältnisse sind in einer kleinen Skizze beigelegt.

Nun zur Diskussion der Ergebnisse. Die Kurven bestätigen, daß für grosse Entfernungen die Laufzeitkurven mit und ohne Berücksichtigung der Strahlversetzung zusammenfallen. Die Abweichungen treten alle praktisch erst nach dem Knickpunkt auf und übersteigen hier selbst für eine Wellenlänge die gleich der Mächtigkeit der Schicht ist, (eine ohnehin starke Extrapolation im Hinblick auf die Theorie) nirgends Werte von einigen Prozent. Ausserdem ist, wie schon erwähnt wurde, der Unterschied umso kleiner, je geringer die Wellenlänge ist. Für die Strahlversetzung gilt ja $D(\alpha) = -\frac{\Delta}{2f} \cdot \frac{d\eta(\alpha)}{d\alpha}$. Von den Kurven für die verschiedenen Wellenlängen kommt keiner wirkliche Bedeutung zu. Dem seismischen Impuls entspricht ja streng genommen nicht eine bestimmte Wellenlänge, sondern ein ganzes Spektrum, dessen Amplituden- und Phasenbeziehungen durch die Fourierdarstellung gegeben werden (B. Menzel 1951). Tatsächlich wird die richtige



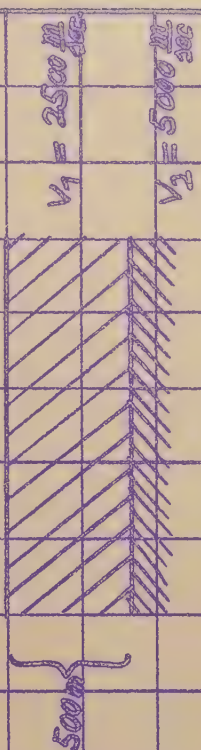
Laufzeitkurven

ohne Strahlversetzung:

mit Strahlversetzung:

- $\Lambda = 100\text{ m}$
- $\Lambda = 200\text{ m}$
- $\Lambda = 500\text{ m}$

- I. Reflektierte Welle
- II. Refraktierte Welle
- III. Direkte Welle



0.8 sec

0.7

0.6

0.5

I.

II.

0.4

0.3

0.2

0.1

500

1000

1500

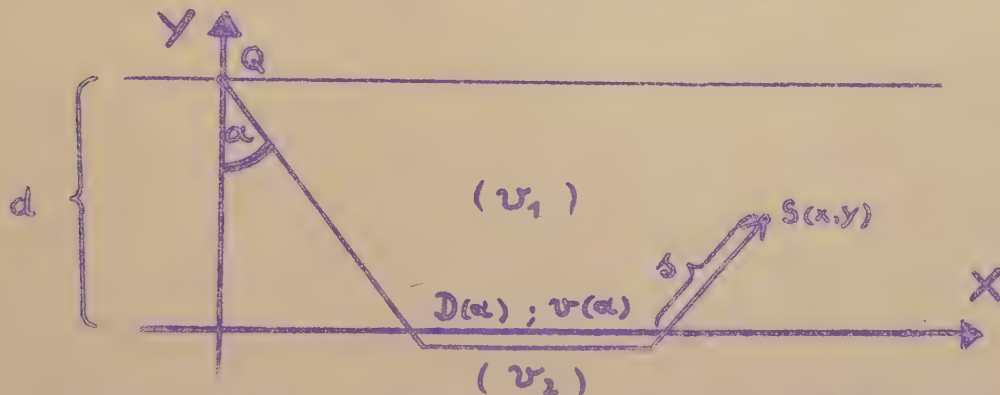
2000

2500 m

Laufzeitkurve durch Überlagerung entstehen. Die stärkere Absorption der kürzeren Wellen ermöglicht diesen einen erhöhten Einfluss, gerade in dem Gebiet, in welchem sie die geringsten Abweichungen zeigen; d.h. daß die Gesamtabweichung sich dadurch noch verringern kann..

2. Die Form der Wellenausbreitung

Die strahlengeometrische Betrachtungsweise ist auch hier zweckmässig. Nur interessieren jetzt die Wellenfronten, der vom Ort der Sprengung ausgehenden Wellen und ihre Laufwege. Die Verhältnisse macht wieder die folgende Skizze deutlich:



Die Strahlen, die von Q ausgehen und auf die Grenzfläche auftreffen, erfahren hier eine Strahlversetzung, wenn der Einfallswinkel grösser als der Winkel der Totalreflexion ist. Nach einer bestimmten Zeit T ist der eingezeichnete Strahl etwa zum Punkt S gelangt. Diese Zeit ist:

$$T = \frac{1}{v_1} \frac{d}{\cos \alpha} + \frac{D(\alpha)}{v(\alpha)} + \frac{s}{v_1} \quad (33)$$

Umgekehrt ergibt sich damit für die Strecke s :

$$s = \left\{ T - \frac{1}{v_1} \frac{d}{\cos \alpha} - \frac{D(\alpha)}{v(\alpha)} \right\} v_1 \quad (34)$$

Für die Koordinaten des Punktes S, gewissermaßen also für den Ort der Strahlspitzen, erhält man damit die folgende Parameterdarstellung

$$\begin{aligned} x &= \sin \alpha \cdot T v_1 - \sin \alpha \frac{D(\alpha) v_1}{v(\alpha)} + D(\alpha); \\ y &= \cos \alpha \cdot T v_1 - \cos \alpha \frac{D(\alpha) v_1}{v(\alpha)} - d; \end{aligned} \quad (35)$$

Wobei nur Werte $x, y \geq 0$ reale Bedeutung haben.

Die beiden Ausdrücke bestehen aus einem Anteil, der von der Zeit T abhängig ist und einem, der nur von der Strahlversetzung D beeinflusst wird. Das bedeutet, daß sich ohne Strahlversetzung die normale Ausbreitung bzw. Reflexion ergibt. Mit Strahlversetzung dagegen stellen sich Abweichungen ein. Das durch $D(\alpha)$ bestimmte Glied wird umso grösser, je näher α an den Grenzwinkel heranrückt. Für Einfallswinkel aber, die sich dem Werte 90° nähern, nimmt $D(\alpha)$ sehr rasch ab und führt die Kurven $x(\alpha)$ und $y(\alpha)$ dem normalen Verlauf für gewöhnliche Reflexion zu (nichtunterbrochene Linien im Bild auf Seite 24). Die von der Strahlversetzung herrührende Abweichung wird im selben Masse grösser oder kleiner, wie die Wellenlänge, weil zwischen Strahlversetzung und Wellenlänge eine Proportionalität besteht. Andererseits aber zeigt sich, daß der Bereich der grossen Abweichung mit zunehmender Entfernung immer mehr auf ein Gebiet zusammenrückt, das in der Nähe des Grenzwinkels liegt; denn das T abhängige Glied gewinnt nun immer mehr an Einfluss. $D(\alpha)$ aber ist von T unabhängig. Die prozentuale Abweichung wird also für ein festes α immer geringer.

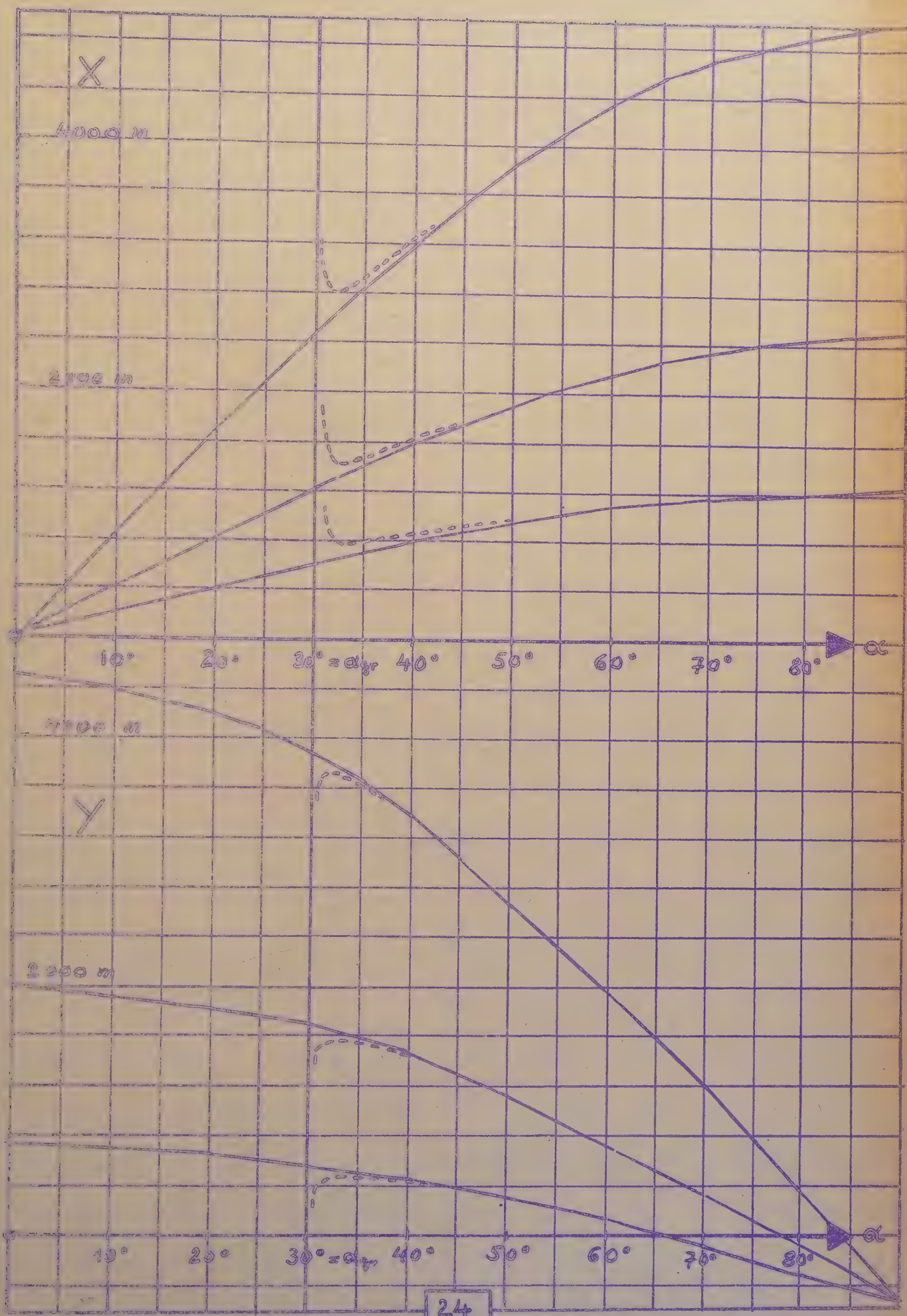
Die Funktion $x = x(\alpha)$ und $y = y(\alpha)$ sind auf Seite 24 dargestellt und zwar für eine Wellenlänge von 100m, für die Geschwindigkeiten 2500m/sec bzw. 5000m/sec und für die Zeiten 0,5; 1; 2 sec.. Aus den Diagrammen ist noch eine andere wichtige Tatsache abzulesen. Durch das Ausbiegen der Kurven nach Unendlich gehören zu gewissen x und y Werten zwei Kurvenpunkte. Der eine stellt die reflektierte Welle dar, der andere gehört einer geführten Grenzschichtwelle an. Beide münden beim selben Wert insinander ein. Trägt man die zum gleichen α gehörigen y und x Werte gegeneinander auf, so erhält man die Linien der Wellenfronten für die dazugehörige Zeit T . Im Bild auf Seite 25 ist die Ausbreitung der Wellenfronten im Ablauf der Zeit wiedergegeben. Die Konstruktion wurde nicht mit Hilfe der Funktionen $x = x(\alpha)$ und $y = y(\alpha)$ vorgenommen, sondern geometrisch. Dieses Verfahren ist einfacher, wenn man zu jedem Einfallswinkel die dazugehörigen Werte von $D(\alpha)$ und $v(\alpha)$ kennt. Die Bilder zeigen die Wellenausbreitung nur in der Deckschicht. Der Verlauf im unteren Medium ist nur schematisch zu verstehen. Der ganze Vorgang ist für drei verschiedene Zeiten angegeben und sei nun noch einmal kurz zusammengefasst.

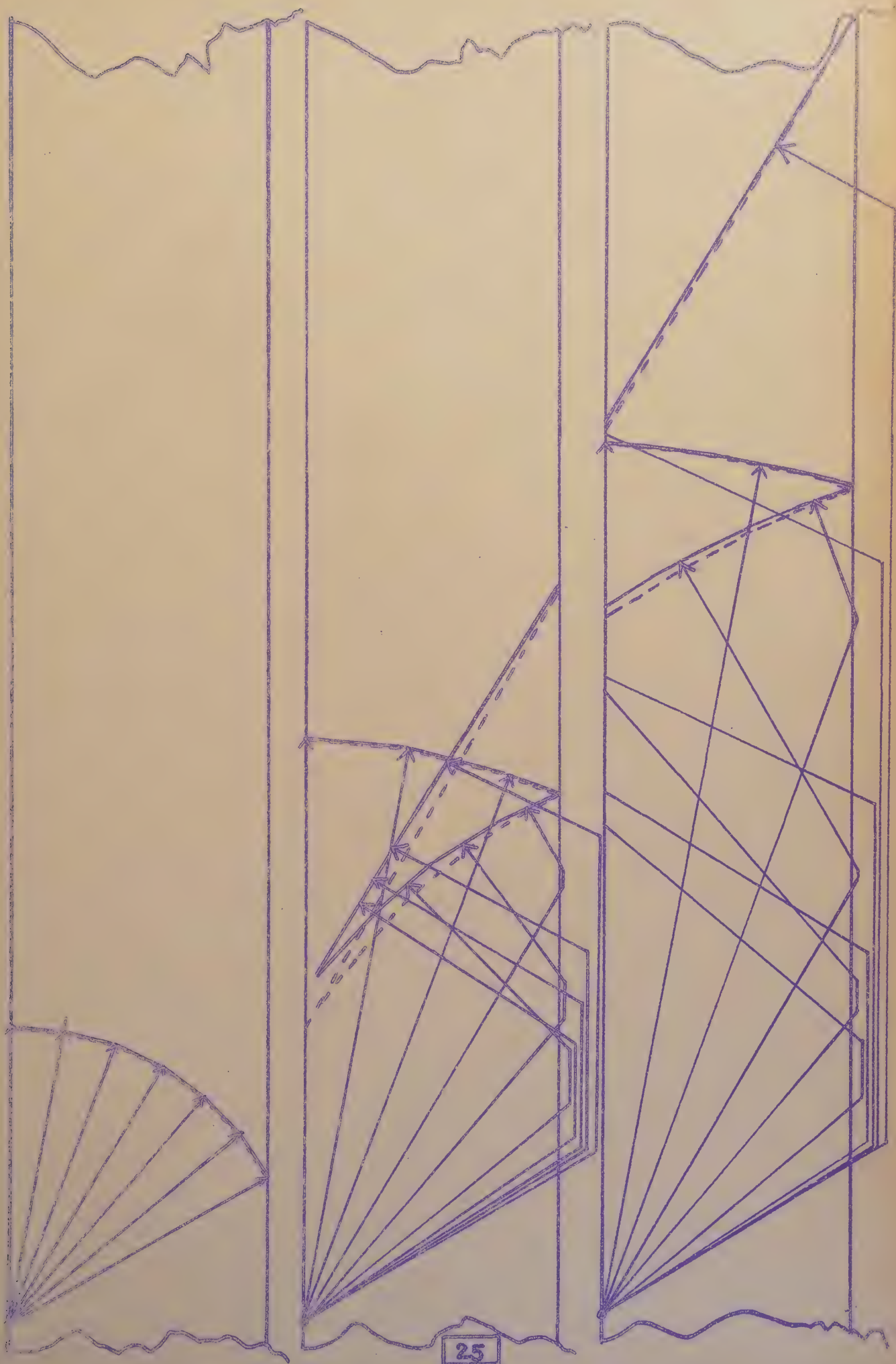
Vom Sprengpunkt gehen Wellen nach allen Richtungen aus. Jede Welle, die unter einem kleineren Winkel als dem der Totalreflexion auf die Grenzfläche trifft, spaltet sich auf in eine gebrochene Welle im unteren Medium und eine reflektierte Welle im oberen Medium. Wellenbündel, die wenig über dem Grenzwinkel auffallen, tauchen ins untere Medium ein, laufen an der Grenzfläche mit der Spurgeschwindigkeit $v(\alpha)$ als quergedämpfte Welle entlang und kehren, nachdem sie die Strecke $D(\alpha)$ zurückgelegt haben, wieder unter dem Einfallswinkel ins obere Medium zurück. Die grosse Strahlversetzung für α Werte nahe des Grenzwinkels schiebt die Wellenfronten soweit vor, daß sie eine der reflektierten Welle vorausseilende Grenzschichtwelle bilden. Grosse Einfallswinkel mit den dazugehörigen kleinen Strahlversetzungen erzeugen Wellenfronten, die sich den normalreflektierten nähern. Die Strahlversetzung hat somit eine Grenzschichtwelle zur Folge, die von einem schmalen Bündel in der Nähe des Grenzwinkels hervorgerufen wird, für das die seitliche Verschiebung des Strahls groß ist. Die den übrigen Winkeln angehörigen Wellenbündel liefern entweder gebrochene, reflektierte oder direkte Wellenfronten, oder im Bereich jenseits des Grenzwinkels die normale totalreflektierte Welle. Es wurde schon gesagt, daß die Abweichung mit wachsender Entfernung immer geringer wird gegenüber den bekannten Ausbreitungsvorgängen, die im Bild auf Seite 25 durch gestrichelte Linien angedeutet sind.

3. Die Energieausbreitung

Die Kenntnis der Wellenausbreitung gestattet nunmehr auch Aussagen über die Energieausbreitung. Das Interessante ist dabei nicht die Energieverteilung der normalreflektierten Wellen; es sind vielmehr die Verhältnisse in dem mehr oder minder kleinen Winkelbereich der die Grenzschichtwelle hervorruft. Untersucht werden kann freilich nur die geometrische Abschwächung, weil eine Absorption als spezifische Materialeigenschaft ja keine allgemein gültigen Aussagen zulässt. Die Energie eines Wellenbündels in der Nähe des Grenzwinkels wird ins zweite Medium hinuntergeschickt und dort verlustlos an der Grenzfläche entlangtransportiert. Nach Zurücklegung der Strecke $D(\alpha)$ mit

der Geschwindigkeit $v(\alpha)$ kommt es wieder als verbreitertes Bündel nach oben und erzeugt im ersten Medium die Refraktions-einsätze. Diese besondere Art der Energieausbreitung kann es möglich machen, die in grosser Entfernung noch relativ grossen Refraktionseinsätze zu erklären. Die hauptsächlichste Abschwächung kommt dadurch zustande, daß Bündel mit demselben Öffnungswinkel bei der Rückkehr ins obere Medium einen umso breiteren Querschnitt und damit eine geringere Energiedichte besitzen, je grösser die seitliche Strahlverschiebung ist. Auch diese Erscheinung ist von der Wellenlänge abhängig und daher erst quantitativ zu erfassen, wenn die Fourierdarstellung des Impulses bekannt ist. Das Hervortreten der Refraktionseinsätze in grosser Entfernung kann durch einen weiteren Effekt noch begünstigt werden. Wenn nämlich die Sprengung ihre Energie vorzugsweise im Winkelbereich der Totalreflexion nach unten abstrahlt (B.F.Hovell und D.Badenstein 1955). Das bedeutet nämlich für die refraktierten Wellen eine Energieserhöhung gegenüber den anderen Wellenbündeln. Eine Einbeziehung der Absorption, die wahrscheinlich die Unendlichkeitsstelle von $D(\alpha)$ mit einem endlichen Wert belegen wird, bringt für die Refraktionsenergie keine Nachteile. Die langwelligen Anteile des seismischen Impulses unterliegen ja der geringsten Dämpfung und gerade diese besitzen die grössten Strahlversetzungen. Als Schlußbemerkung sei noch die Tatsache angeführt, daß die Strahlversetzung in gewissen Sinne in der Energieausbreitung begründet ist. Die Eindringtiefe einer Welle ist umso grösser, je steiler der Einfallswinkel ist. Je länger damit der Weg im unteren Medium ist, desto entfernter ist auch der Rückkehrpunkt zur Grenzfläche von Punkt des Auftreffens. Überlegungen dieser Art haben die Strahlversetzung vermuten lassen und konnten dann noch bestätigt werden (F. Goos und H.Hänchen 1947).





V. Die Möglichkeiten der experimentellen Prüfung

Der vorliegende Abschnitt soll die Frage behandeln, wie sich die gewonnenen Ergebnisse experimentell nachweisen lassen. Diese Prüfung soll zunächst für die Seismik diskutiert werden.

1. Die Nachprüfung in der Seismik.

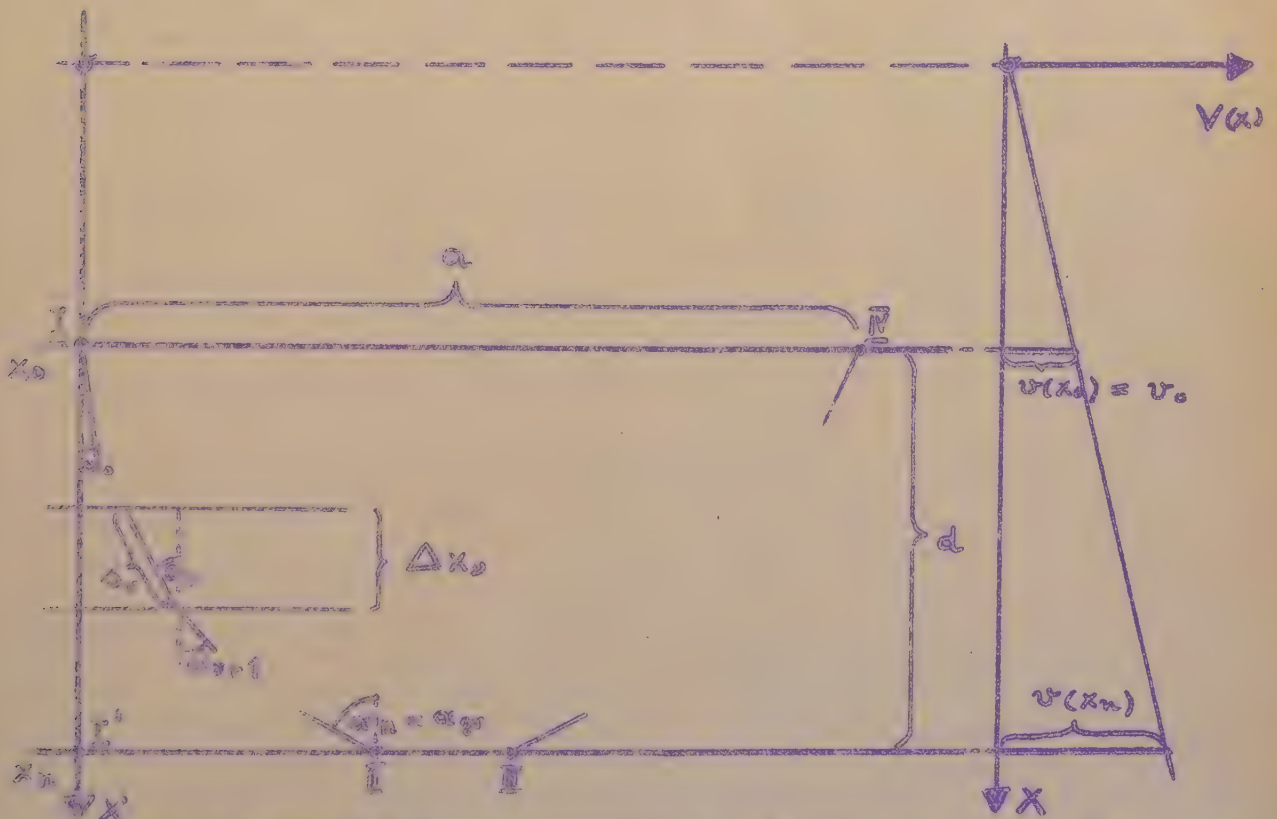
Der grosse Aufwand und die erheblichen Kosten einer solchen seismischen Untersuchung gebieten es, die Erfolgsaussichten vorher genau zu studieren. Das beginnt bereits mit der Sprengung. Diese soll so vorgenommen werden, daß in der Hauptsache nur SH Wellen erzeugt werden, weil dafür die Berechnungen vorliegen. Dies ist möglich, verlangt aber eine stabförmige Anordnung der Ladungen in einer zur Erdoberfläche parallelen Richtung (R.N. Jolly 1955). Des weiteren müssen die Verhältnisse so ausgesucht werden, daß Oberfläche und Grenzschrift waagrecht liegen. Hinzu kommt, daß die Strahlversetzung als von der Wellenlänge abhängiger Effekt die Kenntnis des Sprengimpulses nötig macht. Zur Bestimmung der Amplitudenverteilung auf die einzelnen Wellenbereiche und für die Phasenbeziehungen ist dies notwendig. Als zusätzliche, die Ausbreitung mitbestimmende Grössen werden verlangt: die Absorptionskoeffizienten der einzelnen Wellen und die Richtungsverteilung der Sprengenergie. Der wesentlichste Grund, daß die seismische Nachprüfung undurchführbar erscheinen lässt, ist jedoch die Tatsache, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit der seismischen Wellen tiefenabhängig ist. Dadurch werden die Verhältnisse für eine genaue Aussage zu unübersichtlich. Die experimentelle Prüfung auf seismischem Gebiet kann damit als zwecklos bezeichnet werden. Dies nicht zuletzt auch deshalb, weil die Auswertung mit einer Genauigkeit erfolgen müsste, die nicht zu erreichen ist und noch dazu in einem Gebiet verlangt wird, das durch andere Einsätze gestört ist.

Die angeführte Tiefenabhängigkeit der Geschwindigkeit aber scheint einer genaueren Betrachtung wert, zumal sie zu geophysikalisch bedeutsamen Aussagen führt. Über diese Zunahme der Geschwindigkeit mit der Tiefe sind in jüngster Zeit mehrere

Arbeiten erschienen, die die Erscheinung experimentall nachweisen durch Messungen in Bohrlöchern und im Labor (D.S. Hughes und J. Jones 1950; D.S. Hughes und Ch. Maurette 1956; N. Paterson 1956; E. Rösler 1954; St. v. Thyssen 1940; M. Wyllie 1956). Das Verhalten ist verständlich, wenn man bedenkt, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit bei Druck- und Temperaturzunahme in Festkörpern allgemein ansteigt. Druck und Temperatur wachsen aber mit grösser werdender Tiefe. Ferner haben andersartige mechanische Beanspruchungen ähnliche Folgen.

Die folgende Betrachtung hat die Absicht, die Laufzeiten anzugeben, die ein refraktierter Impuls benötigt, wenn eine lineare Geschwindigkeitszunahme mit der Tiefe vorausgesetzt wird.

Die geometrischen Verhältnisse zeigt die Skizze; daneben ist die Zunahme der Geschwindigkeit mit der Tiefe aufgetragen.



a ist die Entfernung Sprengpunkt - Seismograph; d die Mächtigkeit der Schicht und c die Geschwindigkeitszunahme pro 1000m Tiefe.

Zur Herleitung der Formel dient ein Satz aus der Wellenlehre: Ein Strahl, der unter einem bestimmten Winkel auf ein parallel geschichtetes Medium auffällt, tritt aus der letzten Schicht

unter demselben Winkel aus, wie wenn er direkt mit der ursprünglichen Strahlrichtung auf diese letzte Schicht aufgefallen wäre.

Das heisst: $\sin \alpha_v = \sin \alpha_o \cdot \frac{v_v}{v_o}$ (36)

Um die Zeitdauer T berechnen zu können, die ein Strahl von I über II und III nach IV braucht, müssen zunächst einige andere Grössen ermittelt werden

$$\Delta_v = \frac{\Delta x_v}{\cos \alpha_v} = \frac{\Delta x_v}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_v}} = \frac{\Delta x_v}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_o \left(\frac{v_v}{v_o}\right)^2}} \quad (37)$$

Die dazu gehörige Zeit ist :

$$t_v = \frac{\Delta_v}{v_v} = \frac{\Delta x_v}{v_v \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_v}} = \frac{\Delta x_v}{v_v \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_o \left(\frac{v_v}{v_o}\right)^2}} \quad (38)$$

Weiter ist :

$$l_v = \tan \alpha_v \cdot \Delta x_v = \frac{\sin \alpha_v}{\cos \alpha_v} \cdot \Delta x_v = \frac{\sin \alpha_o \cdot \frac{v_v}{v_o} \cdot \Delta x_v}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_o \left(\frac{v_v}{v_o}\right)^2}} \quad (39)$$

Dabei war das obere Medium aus planparallelen Schichten bestehend angenommen worden. Geht man zu infinitesimalen Schichtdicken über und damit zu einem stetigen Geschwindigkeitszuwachs, so erhält man für die von I nach II benötigte Zeit :

$$T' = \int_{x_o}^{x_n} \frac{dx}{v(x) \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_o \left(\frac{v(x)}{v_o}\right)^2}} \quad (40)$$

und für die Strecke I' II

$$L = \int_{x_o}^{x_n} \frac{v(x) \sin \alpha_o \cdot dx}{v_o \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_o \left(\frac{v(x)}{v_o}\right)^2}} \quad (41)$$

Damit wird die gesamte Laufzeit :

$$T = 2T' + \frac{a}{v_2(x_n)} - \frac{2L}{v_2(x_n)} \quad (42)$$

Für die Auswertung der Integrale wird v in der Form $v = c \cdot x$ angenommen. Dadurch wird die Integration erleichtert und die Divergenz des einen Integrals verhindert.

Die Integrationskonstanten sind dann: $X_0 = \frac{v_0(x_0)}{c}$; $X_n = \frac{v_1(x_n)}{c} + d$

Man erhält:

$$L = \sqrt{\left(\frac{v_0}{c \sin \alpha_0}\right)^2 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{v_0}{c \sin \alpha_0}\right)^2 - \left(\frac{v_0}{c} + d\right)^2} \quad (43)$$

und

$$T' = \frac{1}{c} \operatorname{ArCosh}\left(\frac{1}{\sin \alpha_0}\right) - \frac{1}{c} \operatorname{ArCosh}\left(\frac{v_0}{c\left(\frac{v_0}{c} + d\right) \sin \alpha_0}\right) \quad (44)$$

Für $v_1(x_n)$ wird der Einfachheit halber geschrieben: v_2 sind ist dabei derjenige Winkel, für den gerade α_0 gleich dem Grenzwinkel wird; d.h.

$$\sin \alpha_0 = \frac{v_1(x_0)}{v_2(x_n)} \quad \text{wegen} \quad \sin \alpha_{gr} = \frac{v_1(x_n)}{v_2(x_n)} \quad (45)$$

Für $v_2(x_n)$ wurde dabei kürzer v_2 geschrieben; damit ergibt sich die einfachere Darstellung:

$$T = \frac{2}{c} \left\{ \operatorname{ArCosh}\left(\frac{v_2}{v_0}\right) - \operatorname{ArCosh}\left(\frac{v_2}{v_0 + cd}\right) \right\} + \frac{a}{v_1} - \frac{2}{c v_2} \left\{ \sqrt{v_2^2 - v_0^2} - \sqrt{v_2^2 - (v_0 + cd)^2} \right\} \quad (46)$$

Interessant ist nun ein Vergleich dieses Ausdrucks mit den beiden anderen in der Geophysik gebräuchlichen Formeln. Die erste lautet (senkrechter Strahlengang):

$$T_1 = \frac{2d}{\bar{v}_1} + \frac{a}{\bar{v}_2} \quad ; \quad (47)$$

und die zweite heisst (Strahlengang nach dem Berechnungsgesetz der Optik):

$$T_2 = \frac{2d}{\bar{v}_1 \cos \alpha_{gr}} + \frac{a}{\bar{v}_2} - \frac{2d \tan \alpha_{gr}}{\bar{v}_2} \quad ; \quad (48)$$

$\bar{v}_1$ und $\bar{v}_2$ sind hier als Mittelwerte zu verstehen. Der Grenzwinkel bestimmt sich aus: $\sin \alpha_{gr} = \frac{v_1}{v_2}$

Der Anwendungsbereich, in dem die Grössenverhältnisse der drei Formeln zueinander untersucht werden sollen, ist:

für d 1000m bis 10 000m;

für v_1 bzw. v_2 1000m/sec bis 8000m/sec

und für c 10m/sec pro 1 km bis 100m/sec pro 1 km.

T , T_1 und T_2 sind alle linear in a und zwar in selben Mass, d.h. mit wachsenden a nehmen alle drei Formeln um denselben Betrag zu.

T_1 und T_2 sind ausserdem linear in d , aber nicht im selben Mass. T_2 nimmt mit wachsendem d stärker zu als T_1 .

Ferner ist stets $T_1 > T_2$ wie aus der folgenden Umformung hervorgeht:

$$T_2 = \frac{2d}{v_1} \left(\sqrt{1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2} \right) + \frac{a}{v_2}, \quad (49)$$

es ist ja $v_1 < v_2$ vorausgesetzt.

Andererseits werden die Ausdrücke T_1 und T_2 umso kleiner, je grösser die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 sind. Der Vergleich der beiden Formeln T_1 und T_2 mit T muss nun durch systematische Berechnung der Funktionswerte erfolgen. Diese Rechnungen ergaben, daß für grosse Werte von c und d und starke Unterschiede in den beiden Geschwindigkeiten v_1 und v_2 die Werte von T über denen von T_1 und T_2 liegen, sodaß hier T_1 die besseren Ergebnisse bringt. Kleine Werte der genannten Grössen zeigen gerade das umgekehrte Verhalten. Ausserdem gibt es Stellen der Übereinstimmung mit je einer der beiden Formeln. Die Abweichungen können die Grössenordnung von 10^{-1} sec erreichen. Dies entspricht im Mittel einigen Prozenten des Gesamtwertes der Laufzeit.

2. Die Nachprüfung durch die Modellseismik

Die Nachprüfung der Ergebnisse der Abschnitte II - IV auf seismischem Gebiet hat sich als aussichtslos erwiesen. Dafür bietet sich nun eine neue Möglichkeit, nämlich die Untersuchung an Modellen vorzunehmen. Dies war umso naheliegender als eine modellseismische Anlage zur Verfügung stand (R. Buser, Dissertation Univ. München 1957). Grundsätzlich sind hiermit alle im letzten Abschnitt angeführten Grössen einer genauen Messung zugänglich und vor allen Dingen besitzt jetzt das Messobjekt eine einheitliche Geschwindigkeit. Die erwähnte Anlage besass zwar nicht diese grosse Genauigkeit, es wurde aber trotzdem damit der Versuch einer experimentellen Nachprüfung unternommen. Eine weitere Schwierigkeit allerdings tritt hinzu: wirkliche SH Wellen, für welche die Berechnung durchgeführt worden war, lassen sich in dünnen Schichten nicht erzeugen und die Anlage war schon wegen der Energieverhältnisse

nur für sogenannte zweidimensionale Modelle eingerichtet (H. Benkesser und J. Oliver 1955; Y. Kato und A. Takagi 1955; T.D. Northwood und D.V. Anderson 1953; W.L. Roever 1952; I. Kiznichenko 1951; S. Kaufmann und W.L. Roever 1950). Die Umstellung auf dreidimensionale Modelle, die Steigerung der Messgenauigkeit und die Anschaffung der dazu nötigen zusätzlichen Geräte war trotz grosszügiger Unterstützung durch das Institut nicht möglich; hatte ja schon die Aufstellung der bisherigen Anlage Erhebliches gekostet.

Die Versuche wurden daher jetzt unter den folgenden Gesichtspunkten ausgeführt. Es wurden die Laufzeitkurven aufgenommen für ein Refraktionsprofil, bei dem allerdings der allgemeine nicht berechnete Fall vorlag, noch dazu für P und SV Wellen. Es war aber nicht vor auszusehen, welche Ergebnisse sich einstellen würden. Die Messungen wurden für verschiedene Schichtdicken durchgeführt, um einmal den Knick in der Laufzeitkurve möglichst nahe am Anfang bzw. möglichst weit aussen zu haben und dadurch die beiden Abschnitte besser erfassen zu können. Schliesslich wurde wenigstens im Geschwindigkeitsverhältniss weitgehende Übereinstimmung mit der Rechnung angestrebt. Dies gelang durch Aufkitten der Bleischicht auf eine feste Steinunterlage.

Die Messanlage besass den grundsätzlichen Aufbau aller Modellseismischen Anlagen. Sie enthält einen magnetostriktiven Sender. Die vierfache Anstiegsflanke des Impulses liefert die Impulsfrequenz (Y. Kato und Takagi 1955). Diese war $\nu \approx 26 \text{ KHz}$; daraus errechnet sich die Wellenlänge im jeweiligen Medium durch $\lambda = \frac{v}{\nu}$.

Für Blei ergab sich so eine Wellenlänge von rund 5 cm, für Messing eine solche von etwa 15 cm. Danach musste die Abmessung der Modelle festgelegt werden. Diese müssen gross oder doch wenigstens grösser als die Wellenlänge sein. Die verwendeten Materialien waren Bleiblech und Messingblech, etwa einen Millimeter dick. Die genaue Form der Modelle ist auf Seite 33 angegeben. Die Seismogramme wurden mit einem piezoelektrischen Empfänger aufgenommen und auf einem Oszillographen sichtbar gemacht bzw. photographiert. Die zur Eichung nötigen Zeitmarken besaßen einen Abstand von 38,5 $\mu\text{sec.}$ und sind zu-

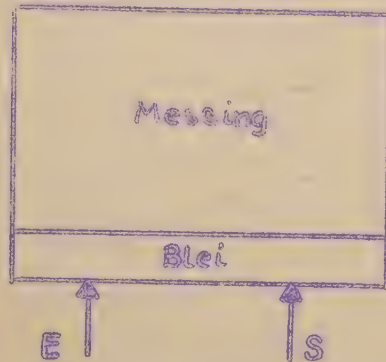
sammen mit den Seismogrammen einer Messreihe auf Seite 35 abgebildet.

Die Auswertung brachte die Laufzeitkurven von Seite 34. Man findet Übereinstimmung mit dem bisher Bekannten. Abweichungen lassen sich nicht feststellen, allerdings sagt dies nicht viel bei einer Messgenauigkeit von rund 5 %. Die Suche nach Einsätzen, die vor dem Knickpunkt auftreten, führt zu nichts, einmal weil sich hier die verschiedenen anderen Wellen vorfinden und in ihren Einsätzen überlagern und zweitens, weil der Senderimpuls nicht frei von Nachschwingungen war, die für Einsätze, die dem ersten unmittelbar folgen, keine eindeutigen Aussagen mehr machen lassen (R. Buser, Diss. München 1957).

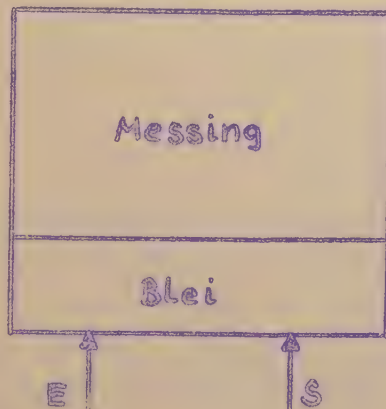
Somit muß als Ergebnis festgestellt werden, daß die modellseismischen Untersuchungen keine Entscheidung brachten. Es wären dazu genauere Anlagen und weitere Aufwendungen nötig, die wohl über den Rahmen und den Aufgabenkreis eines geophysikalischen Instituts hinausgehen. Wenn es nicht überhaupt zweckmäßig ist, die Messungen mit einer von einem Punkt ausgehenden Stosswelle durchzuführen oder direkt die Strahlversetzung als Funktion von Einfallswinkel mit auffallenden parallelen Wellenfronten zu messen. Von alledem abgesehen, wäre noch der Fall möglich, daß die Theorie für spezielle Verhältnisse Abweichungen besonderer Art ergibt, die sich leichter nachweisen lassen.

Blei / Messing Modelle
(1cm entspricht 0,5 dm)

(I)

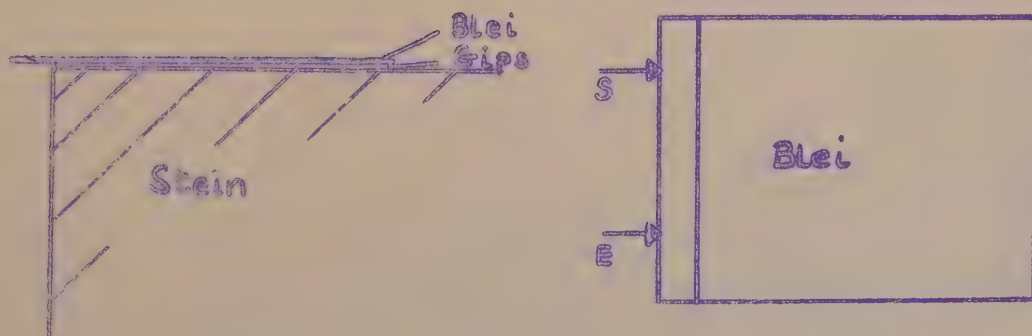


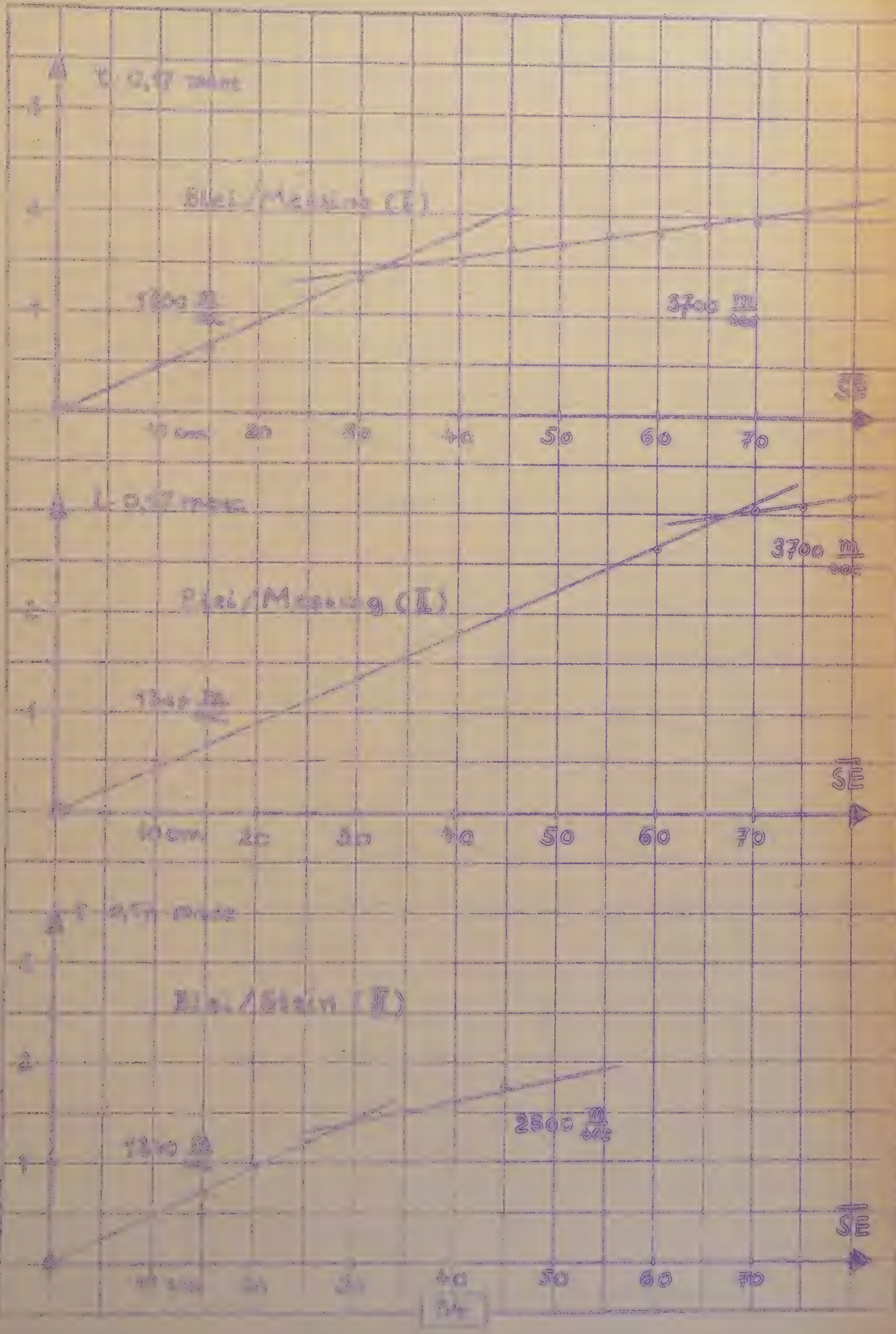
(I)



Blei / Stein Modell

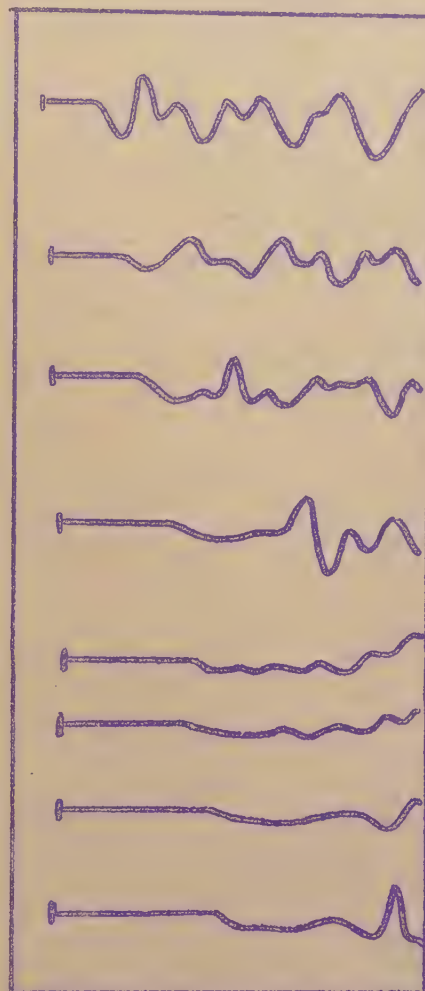
(II)





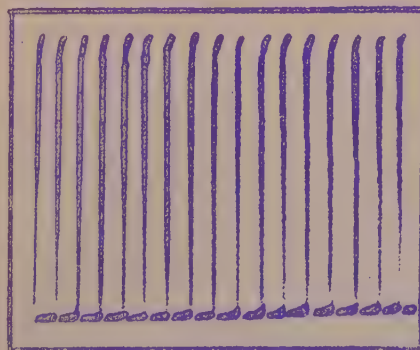
SEISMOGRAMME :

Blei / Stein



10 cm = $\overline{SE}$

ZEITMARKEN:



VI. Zusammenfassung

Die Übertragung der Strahlversetzung auf elastische Medien wurde im Abschnitt II durchgeführt. Die bereitgestellten Formeln erlauben die Berechnung für jede seismische Welle. Allgemein durchgeführt sind ferner die Auswirkungen der Strahlversetzung auf die Ausbreitung seismischer Impulse und die resultierenden Laufzeitkurven (Abschnitt IV). Beides wurde ausserdem für spezielle Fälle gerechnet und der Vorgang der Energieausbreitung behandelt (Abschnitt III und IV). Abschliessend sind die Möglichkeiten einer experimentellen Überprüfung angegeben (Abschnitt V).

Zum Schlusse sei noch ein Punkt erwähnt, der nicht unmittelbar erscheint. Bei Annahme der Strahlversetzung ergibt die theoretische Untersuchung einer auf eine Grenzfläche auftreffenden seismischen Impulse ganz von selbst eine geführte Welle, die ihren Ursprung aus einem Wellenbündel vom Winkelbereich der Totalreflexion nimmt. Bisher aber musste diese Grenzflächenwelle mehr oder minder künstlich als zusätzliche Welle angenommen werden.

VII. Literaturangaben

- G. Angenheister "Beobachtungen bei Sprengungen"
Zeitschr.für Geophysik 1927 (3) S.28.
- E.A. Ansel "Das Impulsfeld der praktischen Seismik
in graphischer Behandlung"
Beiträge zur Geophysik 1931 (1) 117.
- K. Artmann "Berechnung der Seitenversetzung des
totalreflektierten Strahls"
Anal. der Physik 1948 (2) 87.
- H. Berckhemer und J. Oliver "Zur Deutung seismischer Einsätze mit
parallelen Laufzeitkurven"
Zeitschr.f.Geoph. 1955 (3) 152.
- H. Blut "Reflexion und Energietransport"
Zeitschr.f.Geoph. 1932 (8) 130.
- B. Brockamp und H. Mothes "Seismische Untersuchungen auf dem
Pasterzegletscher"
Zeitschr.f.Geoph. 1930 (6) 482.
- K.E. Bullen "Seismology"
Cambridge University Press 1947.
- R. Buser "Modellseismische Untersuchungen an
Platten"
Dissertation Univ.München 1957.
- L. Cagniard "Reflexion et Refraction des Ondes
Seismiques"
Paris Gauthier-Villars 1937.
- F.A. Fischer "Über die Totalreflexion von ebenen
Impulswellen" Anal. d. Physik 1948(2) 211.
- F. Goos u. H. Hänchen "Experimenteller Nachweis der Strahl-
versetzung bei Totalreflexion"
Anal. d. Physik 1947 (1) 333.
- P.A. Heelan "On the Theory of Head Waves"
Geophysics 1955 (20) 871.
- B.F. Howell and D. Budenstein "Energy Distribution in Explosion
Generated Waves"
Geophysics 1955 (20) 33.
- D.S. Hughes and E.J. Jones "Variation of Elastic Moduli of Igneous
Rock with Pressure and Temperature"
Bull. Geol. Soc. Am. 1950 (61) 843.
- D.S. Hughes and Ch. Maurette "Variation of Elastic Wave Velocities
in Granites with Pressure and Temperature"
Geophysics 1955 (21) 277.

- H. Jeffreys "Reflexion and Refraction of Elastic Waves" Monthly Notices of the Royal Soc. 1926 (7) 321.
- A. Joset et J.J. Holtzscherer "Sondages Seismiques au Groenland" Annales de Geophysique 1953 (4) 9.
- R.N. Jolly "Investigation of Shear Waves" Geophysics 1955 (20) 19.
- G. Joos "Lehrbuch der theoretischen Physik" Akadem. Verlagsgesellschaft Leipzig 1956.
- Y. Kato and A. Takagi "Model Seismology" Science Reports of the Tohoko University 1955(7)35;180.
- S. Kaufmann and W.L. Roever "Laboratory Studies of Transient Elastic Waves" Proc. of Third World Petroleum Congress 1950 (I) 535.
- ... Maeker "Grenzschichtwellen in der Optik" Annalen der Physik 1949 (4) 409.
- H. Menzel "Über das Spektrum seismischer Wellen" Annali di Geofisica 1951 (4) 301.
- L. Mintrop "Erforschung von Gebirgszügen mittels künstlicher Erdbebenwellen" DRP 371 963. 1910.
- T.D. Northwood and D.V. Anderson "Model Seismology" B.S.S.A. 1953 (21) 691.
- N. Paterson "Seismic Wave Propagation in Porous Granular Media" Geophysics 1956 (21) 691.
- J. Picht "Zur Theorie der Totalreflexion" Abhandlungen der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1955 (2) 1.
- R.W. Pohl "Lehrbuch der Experimentalphysik" Springer Verlag 1948.
- H. Reich "Über die Ausbreitung seismischer Impulse in der Malmkalkplatte" Zeitschr. f. Geoph. 1954 (20) 1.
- "Über reflektierte Refraktionsimpulse" Geologisches Jahrbuch 1952 (67) 135.
- "Geophysikalische Untersuchungen Im Ries und Vorries" Beihefte zum Geologischen Jahrbuch 1955 (19) 1.
- H. Ricker "The Form and Laws of Propagation of Seismic Wavelets" Geophysics 1953 (18) 10.

- Y. Riznichenko "Die modellseismischen Wellen"
Izvestiya Akademii Nauk SSSR 1951(5) 1.
- R. Rösler "Experimentelle Untersuchungen zur Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit von der Druckbeanspruchung bei Gesteinen"
Freiberger Forschungshefte 1954 C 12.
- W. L. Roever "Experimental Laboratory Studies of Elastic Wave Propagation"
Phys. Rev. 1952 (85) 744.
- O. v. Schmidt "Die wandernde Reflexion in der Seismik"
Zeitschr. f. Geoph. 1936 (12) 19.
- "Über Kopfwellen in der Seismik"
Zeitschr. f. Geoph. 1936 (15) 141.
- "Sprengseismische Untersuchungen"
Zeitschr. f. Geoph. 1935 (11) 83.
- "Über den Energietransport in der Sprengseismik"
Zeitschr. f. Geoph. 1934 (10) 376.
- "Brechungsgesetz oder senkrechter Strahl"
Zeitschr. f. Geoph. 1932 (8) 376.
- "Über Knallwellenausbreitung in Flüssigkeiten und Festkörpern"
Physikal. Zeitschr. 1938 (39) 868.
- "Totalreflexion in der Akustik u. Optik"
Annalen der Physik 1934 (19) 891.
- A. Schoch "Seitliche Versetzung eines totalreflektierten Strahls bei Ultraschall"
Akustische Zeitschr. 1951 (6) 318.
- W. Schweydar und H. Reich "Künstliche elastische Wellen als Hilfsmittel geologischer Forschung"
Gerlands Beiträge 1927 (17) 121.
- F. Sauter "Über die Reflexion elastischer Wellen an der Grenzfläche eines festen Mediums"
Zeitschr. f. angew. Mathematik und Mechanik 1950 (30) 94.
- St. v. Thyssen "Die Temperaturabhängigkeit von Laufzeiten elastischer Wellen"
Beitr. z. angew. Geophysik 1940 (8) 243.
- E. Wiechert "Über Erdbebenwellen"
Göttinger Nachrichten 1907 (1)
- M. Wyllie, A. Gregory u. L. Gardner "Elastic Wave Velocities in Heterogeneous and Porous Media"
Geophysics 1956 (21) 41.
- H. Weyl "Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über einem ebenen Leiter"
Annalen der Physik 1919 (60) 481.

Lebenslauf

Ich, Manfred Saller, bin am 3.12.1929 in München geboren. Mein Vater war Lehrer für Kunsterziehung; meine Mutter ist Abteilungsleiterin bei Fa. Siemens. Ich besuchte in München vier Jahre die Volksschule und trat dann in das humanistische Gymnasium über. Nach achtjährigem Besuch bestand ich am Maximilians-Gymnasium das Abitur und konnte nach Ableistung des Baubetrugs im Sommersemester 1949 an der Universität München mit dem Studium der Naturwissenschaften (Physik, Geophysik, Mathematik und dann auch Geologie) beginnen. Seit Ende 1954 beschäftigte ich mich im Institut für angewandte Geophysik mit Untersuchungen zur Anfertigung der vorliegenden Arbeit.

Im Herbst des Jahres 1955 legte ich die wissenschaftliche Prüfung für das Höhere Lehramt mit dem Zulassungsfach Physik ab.

